Busca de Soluções

- estratégia de busca
- árvore de busca
- nó de busca (estado inicial: raiz da árvore)
- expansão de nós da árvore
- estruturas de dados para as árvores de busca
- cada nó é uma estrutura com pelo menos 5 componentes/campos:
  - estado
  - nó pai
  - jogada/regra aplicada para gerar o nó
  - número de nós no caminho para este nó (profundidade do nó na árvore)
  - custo do caminho desde o nó raiz

Busca de Soluções

- `datatype node components: STATE, PARENT_NODE, OPERATOR, DEPTH, PATH_COST`
- Necessária representação para lista de nós que ainda não foram expandidos
- Escolha: **fila** de nós com as seguintes operações:
  - `MAKE_QUEUE(Elementos)`
  - `EMPTY?(Queue)`
  - `REMOVE_FRONT(Queue)` (função)
  - `QUEUEING_FN(Elementos,Queue)`

Busca de Soluções

```
function GENERAL_SEARCH(problem, QUEUEING_FN) retorna
                                        solucao ou falha
    nodes := MAKE_QUEUE(MAKE_NODE(INITIAL_STATE(problem)))
    loop
       if EMPTY?(nodes) then return falha
       node := REMOVE_FRONT(nodes)
       if STATE(node) = GOAL_TEST[problem] then return
                                        node
       new_nodes := EXPAND(node,OPERATORS(problem))
       nodes := QUEUEING_FN(nodes,new_nodes)
    end
```

Obs: `QUEUEING_FN` é uma função variável!

Busca de Soluções: Estratégias

- Avaliação:
  - completude
  - complexidade temporal
  - complexidade espacial
  - otimalidade

Métodos não informados de busca (busca cega)

- largura (BL)
- custo uniforme (BCU)
- profundidade (BP)
- limitada em profundidade (BLP)
- profundidade iterativa (BPI)
- bidirecional (BB)

Busca em Largura (BL)

- todos os nós e nível `d` na árvore de busca são expandidos **antes** dos nós de nível `d+1`
- função `QUEUEING_FN`: fifo

```
function BREADTH_FIRST_SEARCH(problem) retorna
                                        solucao ou falha
   return GENERAL_SEARCH(problem,ENQUEUE_AT_END)
```

Busca em Largura: Exemplo

Busca em Largura: análise

- completude: se houver solução, BL garante que vai ser encontrada → completa
- se houver + de 1 solução garante quee encontra a mais rasa primeiro → é ótima se o custo do caminho for uma função não decrescente da profundidade do nó
- espaço/memória = número máximo de nós para computar 1 solução de profundidade `d` (fator de ramificação `b`

$$1 + b + b \times b + (b \times b) \times b + ... + b^d$$

- complexidades de espaço e tempo iguais: $O(b^d)$, todas as folhas da árvore têm que ser armazenadas ao mesmo tempo

Busca em Largura: análise

Profundidade	Nós	Tempo	Memória
0	1	1 ms	100 Bytes
2	111	1s	11 KB
4	11.111	11s	1MB
6	10^6	18 min	111 MB
8	10^8	31 h	11 GB
10	10^{10}	128 dias	1TB
12	10^{12}	35 anos	111TB
14	10^{14}	3500 anos	11.111TB

Obs: 1000 nós podem ser testados e expandidos por segundo, 1 nó precisa de 100 Bytes, $b = 10$

Busca em Largura: análise

- qtde de memória: maior problema de BL
- se o problema tiver uma solução em nível 12, então levaria 35 anos para computar a resposta!!!
- em geral, problemas de busca com complexidade de tempo exponencial não podem ser resolvidos para instâncias muito grandes de entrada
- problema de todos os métodos de busca não informados

Busca de Custo Uniforme (BCU)

- modificação da estratégia de BL para expandir apenas nós de baixo custo (utiliza função de custo `g(n)`
- BL é de custo uniforme com `g(n) = DEPTH(n)`
- função `QUEUEING_FN`: ordem crescente de custos

Busca de Custo Uniforme: Análise

- BCU encontra a solução de menor custo se o custo do caminho nunca decrescer para os descendentes:

$$g(SUCCESSOR(n)) \geq g(n)$$

- Complexidades temporal e espacial iguais às de BL.

Busca em Profundidade

- expande nós mais profundos da árvore primeiro
- função `QUEUEING_FN`: lifo (pilha)

```
function DEPTH_FIRST_SEARCH(problem) retorna
                                        solucao ou falha
   return GENERAL_SEARCH(problem,ENQUEUE_AT_BEGINNING)
```

Busca em Profundidade: Exemplo

Busca em Profundidade: Análise

- espaço: somente os nós do caminho da solução + nós ainda não expandidos
- total: $b \times m$, onde `b` = fator de ramificação e `m` = profundidade máxima
- BF precisaria de apenas 12KB invés de 111TB para encontrar a solução em nível 12.
- tempo: $O(b^m)$
- para problemas qur têm muitas soluções, BF pode ser + rápida que BL por ter boa chance de encontrar uma solução depois de explorar um espaço pequeno do espaço de busca total
- estratégia não é completa nem ótima!!
- BP não deve ser usada para árvores de muita ou profundidade infinita!!

Busca Limitada em Profundidade

- Impõe um corte na profundidade máxima de um caminho
- necessário verificar profundidade de cada nó expandido
- função `EXPAND` responsável por verificar se profundidade limite foi atingida

Busca Limitada em Profundidade: Análise

- estratégia é completa, mas....
- ...não é ótima!
- se limite de profundidade muito pequeno, não garantimos completude
- tempo: $\mathtt{O}(b^l)$, com $\mathtt{l}$, limite de prof.
- espaço: $\mathtt{O}(b \times l)$

Busca em Profundidade Iterativa

- tenta todos os possíveis limites de profundidade
- combina vantagens de BL com BF

```
function ITERATIVE_DEEPENING_SEARCH(problem) retorna
                                        solucao ou falha
    for depth := 0 to infinito do
        if DEPTH_LIMITED_SEARCH(problem,depth) then
                                        return solucao
    end
    return falha
```

Busca em Profundidade Iterativa: Análise

- é ótima e completa
- espaço: como busca em profundidade
- ordem de expansão dos nós análogo à BL, com exceção de que alguns estados são expandidos várias vezes
- tempo:

  $(d+1) \times 1 + (d) \times b + (d-1) \times b^2 + ... + 3 \times b^{d-2} + 2 \times b^{d-1} + 1 \times b^d$

- nós da folha da última iteração são expandidos uma única vez
- próximo nível: duas vezes etc
- raiz expandida `d+1` vezes
- complexidade temporal: $O(b^d)$
- método utilizado qdo a árvore de busca é muito grande e prof da solução não conhecida

Busca Bidirecional (BB)

- Busca por dois lados: do estado inicial para o final e do final para o inicial
- BB termina quando as duas buscas se encontram
- para problemas com fator de ramificação `b`, BB pode fazer gde diferença em termos de tempo de execução/espaço consumido
- `b=10`, `d=6`:
  - BL: 1.111.111 nós
  - BB: 2.222 nós ($2 \times b^{\frac{d}{2}} \rightarrow O(b^{\frac{d}{2}})$)

Busca Bidirecional (BB): Algoritmo

```
function BIDIRECIONAL_SEARCH(problem, QUEUEING_FN1, QUEUEING_FN2)
          retorna solucao ou falha
     nodes1 := MAKE_QUEUE(MAKE_NODE(INITIAL_STATE(problem)))
     nodes2 := MAKE_QUEUE(MAKE_NODE(FINAL_STATE(problem)))
     loop
        if EMPTY?(nodes1) || EMPTY?(nodes2) then return falha
        node1 := REMOVE_FRONT(nodes1)
        node2 := REMOVE_FRONT(nodes2)

        if node1 in nodes2 || node1 = node2 then return solucao
        if node2 in nodes1 || node1 = node2 then return solucao

        new_nodes1 := EXPAND(node1,OPERATORS(problem))
        nodes1 := QUEUEING_FN1(nodes1,new_nodes1)
        new_nodes2 := EXPAND(node2,OPERATORS(problem))
        nodes2 := QUEUEING_FN2(nodes2,new_nodes1)
```

Busca Bidirecional (BB)

- Na prática:
  - precisamos de formas eficientes para descobrir se um novo nó já apareceu na árvore de busca da outra busca
  - decidir o tipo de busca a ser utilizada em cada metade do espaço de busca
  - seleção de sucessores e predecessores

Comparação entre buscas

Critério	BL	BCU	BP	BLP	BPI	BB
tempo	b^d	b^d	b^m	b^l	b^d	$b^{\frac{d}{2}}$
espaço	b^d	b^d	$b \times m$	$b \times l$	$b \times d$	$b^{\frac{d}{2}}$
otimalidade	sim	sim	não	não	sim	sim
completude	sim	sim	não	sim, se $l \geq d$	sim	sim