Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Mesmas regras de cálculo de predicados proposicional podem ser aplicadas.
- Precisamos de mais regras para tratamento de variáveis.
- Substituição de variáveis por constantes individuais: $SUBST(\theta, \alpha)$.
- Ex: $SUBST(\{x/Sam, y/Pam\}, Likes(x, y)) = Likes(Sam, Pam)$
- três novas regras:

Elimin Universal	Elimin Existencial
$\frac{\forall v \alpha}{SUBST(\{v/g\}, \alpha)}$	$\frac{\exists v \alpha}{SUBST(\{v/k\}, \alpha)}$
Introd Existencial	
$\frac{\alpha}{\exists v SUBST(\{g/v\}, \alpha)}$	

- Importante: eliminação existencial deve fazer substituições por constantes que ainda **não** tenham aparecido no KB!

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Exemplo de prova: "A lei americana diz que é crime um americano vender armas para nações hostis. Nono, um país inimigo dos EUA, tem alguns mísseis, e todos estes mísseis foram vendidos pelo Coronel Oeste, que é americano". Provar que o coronel é criminoso.
- ...é um crime um americano vender armas para nações hostis...
- (1) $\forall x, y, z Amer(x) \wedge Arma(y) \wedge Nacao(z) \wedge Hostil(z) \wedge Vende(x, z, y) \Rightarrow Crim(x)$
- ...Nono...tem alguns mísseis...
- (2) $\exists x Dono(Nono, x) \wedge Missil(x)$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- ...todos estes mísseis foram vendidos pelo Coronel Oeste...
- (3) $\forall x Dono(Nono, x) \wedge Missil(x) \Rightarrow Vende(Oeste, Nono, x)$
- (4) $\forall x Missil(x) \Rightarrow Arma(x)$
- (5) $\forall x Inimigo(x, EUA) \Rightarrow Hostil(x)$
- (6) $Americano(Oeste)$, (7) $Nacao(Nono)$, (8) $Inimigo(Nono, EUA)$, (9) $Nacao(EUA)$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- (10) De (2) e elim exist: $Dono(Nono, M1) \wedge Missil(M1)$
- (11) e (12) De (10) e elim E: $Dono(Nono, M1), Missil(M1)$
- (13) De (4) e elim univ: $Missil(M1) \Rightarrow Arma(M1)$
- (14) De (12), (13) e Modus Ponens: $Arma(M1)$
- (15) De (3) e elim univ:
  $Dono(Nono, M1) \wedge Missil(M1) \Rightarrow Vende(Oeste, Nono, M1)$
- (16) De (15), (10) e Modus Ponens: $Vende(Oeste, Nono, M1)$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- (17) De (1) e elim univ (3x):
$Amer(Oeste) \wedge Arma(M1) \wedge Nacao(Nono) \wedge Hostil(Nono) \wedge Vende(Oeste, Nono, M1) \Rightarrow Crim(Oeste)$
- (18) De (5) e elim univ:
$Inimigo(Nono, EUA) \Rightarrow Hostil(Nono)$
- (19) De (8) e (18) e Modus Ponens: $Hostil(Nono)$
- (20) De (6), (7), (14), (16), (19) e introd E:
$Amer(Oeste) \wedge Arma(M1) \wedge Nacao(Nono) \wedge Hostil(Nono) \wedge Vende(Oeste, Nono, M1)$
- (21) De (17), (20) e Modus Ponens: $Crim(Oeste)$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Observações:
  - Esta prova é a solução para um problema de busca, se formulássemos este problema como um problema de busca.
  - O algoritmo deveria ser bastante esperto para não seguir caminhos errados.
- Formulado como um problema de busca:
  - estado inicial: KB, sentenças de 1 a 9.
  - operadores: regras de inferência.
  - estado final: KB contendo $Crim(Oeste)$.

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- 14 passos de prova.
- fator de ramificação aumenta de acordo com o aumento do KB.
- Elim univ pode ter um fator de ramificação muito grande, porque podemos substituir as variáveis por qualquer termo "ground".
- Tempo gasto em conjunções, instanciação de variáveis e aplicação de Modus Ponens.
- problema com Modus Ponens é que somente faz deduções sobre termos "ground".
- Métodos mais eficientes de prova.

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Modus Ponens Generalizado.
- um único passo para intr E, elim univ e Modus Ponens.
- Idéia: inferir de KB = $Missil(M1)$, $Dono(Nono, M1)$, $\forall x Missil(x) \wedge Dono(Nono, x) \Rightarrow Vende(Oeste, Nono, x)$, num único passo: $Vende(Oeste, Nono, M1)$
- se existir uma substituição θ tal que $SUBST(\theta, p_i^{'}) = SUBST(\theta, p_i)$
- $\frac{p_1^{'}, p_2^{'}, \ldots, p_n^{'}, (p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{SUBST(\theta, q)}$

$p_1^{'}$ is $Missil(M1)$	p_1 is $Missil(x)$
$p_2^{'}$ is $Dono(y, M1)$	p_2 is $Dono(Nono, x)$
θ is {x/M1,y/Nono}	q is $Vende(Oeste, Nono, x)$

$SUBST(\theta, q)$ is $Vende(Oeste, Nono, M1)$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Modus Ponens Generalizado é uma regra de inferência eficiente por três razões:
  - usa "passos largos", combinando várias inferências pequenas em apenas uma.
  - usa passos coerentes, usa substituições que são garantidamente úteis, invés de aplicar elim universal de forma aleatória.
  - usa um passo de pre´compilação para converter todas as sentenças do KB em *forma canônica* (forma da regra obriga a isto).

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- *Forma canônica*: todas as fórmulas no KB são fórmulas atômicas ou uma implicação com uma conjunção de fórmulas atômicas como antecedente e um único átomo/literal como consequente $\rightarrow$ *sentenças de Horn*.
- um KB contendo somente sentenças de Horn: Forma Normal de Horn.
- sentenças são transformadas em sentenças de Horn qdo dão entrada no KB. Ex: $\exists x Dono(Nono, x) \wedge Missil(x)$ é transformada em duas novas sentenças através de elim exist e elim E.
- uma vez que todos os quantif exist são eliminados, podemos dispor do quantif univ. Assume-se que todas as variáveis estão quantif universalmente.
- Nem toda sentença pode ser convertida em sentença de Horn.

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- *Unificação*: pega duas sentenças atômicas e retorna uma substituição que faz as duas sentenças parecerem a mesma.
- $UNIFY(p, q) = \theta$, com $SUBST(\theta, p) = SUBST(\theta, q)$.
- θ: unificador das duas sentenças.
- Ex: $Conhece(Joao, x) \Rightarrow Odeia(Joao, x)$
- KB: $Conhece(Joao, Jane)$, $Conhece(y, Leonardo)$, $Conhece(y, Mae(y))$, $Conhece(x, Elisabete)$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Aplicando Unificação:
- $UNIFY(Conhece(Joao, x), Conhece(Joao, Jane)) = \{x/Jane\}$
- $UNIFY(Conhece(Joao, x), Conhece(y, Leonardo)) = \{x/Leonardo, y/Joao\}$
- $UNIFY(Conhece(Joao, x), Conhece(y, Mae(y))) = \{y/Joao, x/Mae(Joao)\}$
- $UNIFY(Conhece(Joao, x), Conhece(x, Elisabete)) = falha!$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Solução: renomear variáveis (*padronização separada* de duas sentenças).
- $UNIFY(Conhece(Joao, x_1), Conhece(x_2, Elisabete)) = \{x_1/Elisabete, x_2/Joao\}$
- UNIFY deveria retornar substituições que façam os dois argumentos parecerem os mesmos. Há uma qtde infinita de substuições deste tipo: *unificador mais geral* (MGU).
- Ex: $UNIFY(Conhece(Joao, x), Conhece(y, z))$
  - $\{y/Joao, x/z\}$ unif. + geral
  - $\{y/Joao, x/z, w/Frida\}$
  - $\{y/Joao, x/Joao, z/Joao\}$ etc.

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Voltando à prova de que Coronel Oeste é criminoso...
- Sentenças (1) a (9) ficam:
  - (22) $Amer(x) \wedge Arma(z) \wedge Nacao(y) \wedge Hostil(y) \wedge Vende(x,z,y) \Rightarrow Crim(x)$
  - (23) $Dono(Nono, M1)$
  - (24) $Missil(M1)$
  - (25) $Dono(Nono, x) \wedge Missil(x) \Rightarrow Vende(Oeste, Nono, x)$
  - (26) $Missil(x) \Rightarrow Arma(x)$
  - (27) $Inimigo(x, EUA) \Rightarrow Hostil(x)$
  - (28) $Amer(Oeste$, (29) $Nacao(Nono)$, (30) $Inimigo(Nono, EUA)$, (31) $Nacao(EUA)$

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- Prova: 4 passos.
  - (32) De (24) e (26), usando Modus Ponens: $Arma(M1)$
  - (33) De (30) e (27), usando Modus Ponens: $Hostil(Nono)$
  - (34) De (23), (24) e (25), usando Modus Ponens: $Vende(Oeste, Nono, M1)$
  - (35) De (28), (32), (29), (33), (34) e (22): $Crim(Oeste)$
- Algoritmos que usam Modus Ponens formam a base para várias aplicações de grande escala em IA.

Cap. 9: Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- *Forward Chaining* x *Backward Chaining*.
- Forward Chaining: partimos de sentenças do KB e tentamos deduzir novas sentenças que sejam conseqüências lógicas do KB. Usado normalmente qdo um novo fato é adicionado ao KB.
- Backward Chaining: partimos de uma sentença que desejamos provar que é verdadeira.