Estratégias de Busca: Métodos Informados

March 9, 2014

Busca de Soluções: Métodos Informados

- Utilizam conhecimento específico do problema para encontrar a solução
- algoritmo geral de busca somente permite introduzir conhecimento na função de enfileiramento
- em métodos informados normalmente utiliza-se uma **função de avaliação** que descreve a prioridade com que um nó deve ser expandido
- Algoritmos **best-first search**: "melhor" nó deve ser expandido primeiro

Algoritmo Best-First Search

```
function BEST_FIRST_SEARCH(problem, EVAL_FN)
                                           return solucao
        QUEUEING_FN := funcao que ordena os nos
                       de acordo com EVAL_FN
        return GENERAL_SEARCH(problem,QUEUEING_FN)
```

Algoritmo Best-First Search

- melhor nó: o mais próximo do objetivo/estado final
- melhor nó: aquele que está no caminho de menor custo
- custo para atingir o estado final a partir de um determinado nó pode ser estimado, mas não determinado exatamente
- função que estima custos: **heurística**

Best-First Search: Estratégia Gulosa

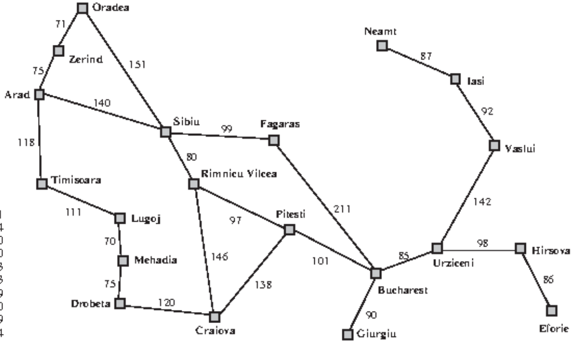
- tenta minimizar custo estimado para chegar à solução
- o nó que está **supostamente** mais próximo do objetivo é expandido primeiro
- $h(n)$: custo estimado do caminho mínimo entre o estado corrente e o objetivo

```
function GREEDY_SEARCH(problem) return solucao ou falha
        return BEST_FIRST_SEARCH(problem,h)
```

- se n é o estado final, então $h(n) = 0$.

Estratégia gulosa: Exemplo

Arad	366	Mehadia	241
Bucharest	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
Eforie	161	Rimnicu Vilcea	193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374



Arestas no grafo mostram o custo do caminho real entre duas cidades.
A tabela da esquerda mostra a distância em linha reta de todas as cidades para a cidade destino que, neste caso, é Bucharest.

Estratégia gulosa: Análise

- similar à BP porque vai sempre na mesma direção num caminho da árvore para procurar a solução
- não é ótima
- é incompleta (por *default* não verifica nós repetidos no caminho)
- complexidade temporal: $O(b^m)$
- complexidade espacial: $O(b^m)$
- qualidade de h e tipo de problema podem ajudar a diminuir complexidades temporal e espacial
- na presença de "dead-ends" pode ter que escolher caminho de maior custo

Best-First Search: A^*

- minimização do custo total do caminho
- busca gulosa diminui o custo estimado para atingir a solução, $h(n)$, mas não é completa nem ótima
- busca de custo uniforme minimiza o custo do caminho da raiz até o nó corrente, $g(n)$. É ótima e completa, mas muito ineficiente
- estratégia melhor: combinação de $h(n)$ com $g(n)$
- $f(n) = g(n) + h(n)$
- é completa e ótima com uma restrição na função h: nunca super-estimar o custo real da melhor solução
- neste caso, h é dita **admissível**
- se h é admissível, $f(n)$ também é admissível.

A^*: Exemplo

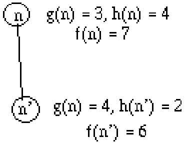
Best-First Search: A^*

```
function A*_SEARCH(problem) return solucao ou falha
    return BEST_FIRST_SEARCH(problem,g+h)
```

- características:
  - f nunca decresce. Isto acontece com todas as heurísticas admissíveis
  - f é monotônica

A^*

- se f for não monotônica, pode se fazer uma correção para restaurar a monotonicidade



A^*: Prova de Otimalidade

- Seja G uma solução ótima com custo f^*
- Seja G2 uma solução sub-ótima, isto é, um estado final com $g(G2) > f^*$ $(h(G2) = 0)$
- Hipótese: A^* seleciona G2 da fila. Como G2 é um estado final, a busca termina com solução sub-ótima. Provaremos que isto não é possível.
- Prova:
  - Considere um nó folha n (ainda não expandido) que está no caminho da solução G.
  - h é admissível, logo $f^* \geq f(n)$ (1)
  - Se n **não** foi escolhido para ser expandido no caminho de G2, foi porque $f(n) \geq f(G2)$
  - donde: $f^* \geq f(G2)$
  - Como G2 é um estado final, $h(G2) = 0$, logo $f(G2) = g(G2)$
  - Logo, $f^* \geq g(G2)$ o que contradiz a hipótese.

A^*: Análise

- A^* é completa somente para grafos com fator de ramificação finito
- Complexidade espacial: número de nós expandidos para chegar a um estado final cresce exponencialmente com o tamanho da entrada
- Entretanto, crescimento exponencial não ocorre se o erro na função heurística não crescer mais rápido do que o logaritmo do custo do caminho real: $\mid h(n) - h^*(n) \mid \leq O(log(h^*(n)))$, onde $h^*(n)$ é o custo real entre n e o estado final.
- Na prática: crescimento exponencial
- Problema maior: complexidade espacial
- Nenhum outro algoritmo ótimo garante expandir menos nós do que o A^*.

Heurísticas

- Ex: jogo dos oito
  - h_1 = número de peças na posição errada
  - h_2 = soma das distâncias das peças às suas posições originais (city block distance ou Manhattan distance)

Inventando Heurísticas

- automaticamente: se a definição do problema puder ser descrita em linguagem formal e se os operadores puderem ser "relaxados" removendo condições. Ex:
  - uma peça pode mover de A para B se A for adjacente a B
  - uma peça pode mover de A para B se B for o espaço em branco
  - uma peça pode mover de A para B
- Ex: programa ABSOLVER:
  - heurística nova para o jogo dos oito melhor que qq heurística existente
  - encontrou a primeira heurística útil para o cubo mágico

Inventando Heurísticas

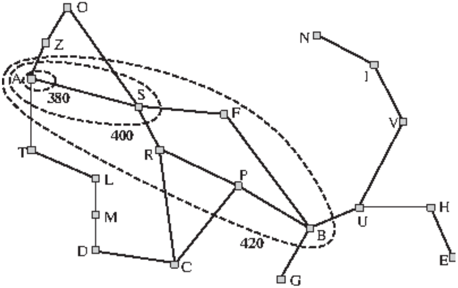
- treinando através de exemplos
- Ex: coletar estatísticas de 100 configurações aleatórias do jogo dos oito.
- Podemos constatar que para 90% das configurações de entrada a distância real para o nó final é 18, com $h_2(n) = 14$.
- Podemos usar este valor em novas rodadas toda vez que $h_2(n) = 14$.
- qtde menor de nós expandidos, mas função pode deixar de ser admissível.

Busca com Memória Limitada

- IDA^*: busca A^* em profundidade iterativa.
- SMA^*: simplified memory-bounded A^*.

Busca com Memória Limitada: IDA^*

- IDA^*: tenta encontrar soluções iterativamente variando o valor da função de custo.



- procura solução com custo f. Se não encontrar, retorna novo f (f1) e continua procurando solução com custo $f1$, e assim por diante.
- IDA^* é completa e ótima da mesma forma que A^*, mas como é em profundidade utiliza menos espaço que é proporcional ao tamanho do caminho mais longo explorado

Busca com Memória Limitada: IDA^*

```
function IDA*(problem) return solution
      root <- MAKE_NODE(INITIAL_STATE[problem])
      f_limit <- fcost(root)
      loop
         solution,f_limit <- DFS_CONTOUR(root,f_limit)
         if solution is non-null then return solution
         if f_limit = infinito then return failure
      end
```

Busca com Memória Limitada: IDA^*

```
function DFS_CONTOUR(node,f_limit) return solution
                        e uma nova funcao de custo
      next_f <- infinito
      if fcost(node) > f_limit then
                        return null,fcost(node)
      if GOAL_TEST[problem](STATE(node)) then
                        return node,f_limit
      for each node S in successors(node) do
         solution,new_f <- DFS_CONTOUR(S,f_limit)
         if solution is non-null then
                       return solution,f_limit
         next_f <- MIN(next_f,new_f)
      end
      return null,next_f
```

Busca com Memória Limitada: IDA^*, Análise

- complexidade espacial: na maioria dos casos no. de nós armazenados $b \times d$.
- no pior caso: $\approx \frac{bf^*}{\delta}$, onde f^* custo da solução ótima e δ custo da operação de valor mínimo.
- em geral: IDA^* passa por 2 ou 3 iterações
- eficiência similar a do A^*
- overhead pode ser menor porque nós não precisam ser inseridos na lista em ordem.

Busca com Memória Limitada: SMA^*

- Simplified Memory-Bounded A^*
- Propriedades:
  - utiliza somente a memória disponível
  - evita estados repetidos se memória permitir
  - é completa se memória suficiente para armazenar o caminho da solução menos profunda
  - é ótima se memória suficiente para armazenar caminho da solução ótima

Busca com Memória Limitada: SMA^*

```
function SMA*(problem) return solucao
  Queue <- MAKE_QUEUE(MAKE_NODE(
                     INITIAL_STATE[problem]))
  loop
    if EMPTY?(Queue) then return failure
    n <- no mais profundo de menor custo de Queue
    if GOAL_TEST(n) then return solucao
    s <- NEXT_SUCCESSOR(n)
    if not GOAL_TEST(s) e s em nivel maximo then
       f(s) <- infinito
    else
       f(s) <- max(f(n),g(s)+h(s))
    if todos os sucessores de n foram gerados
       atualiza fcost de n e de todos os
       ancestrais, se necessario
    if SUCCESSORS(n) todos em memoria then
       remove n da Queue
    if memory is full then
       rem. no mais raso e de > custo de Queue
       remover este no da lista de suc. do pai
       inserir o pai em Queue, se necessario
    inserir s em Queue
  end
```