Estratégias não informadas de Procura/Busca

February 15, 2018

Problema de Busca/Procura: definição

- conjunto de estados
- estado inicial
- estado final ou objetivo
- Função sucessor: mapeia um estado num conjunto de novos estados
- Representação do espaço de estados: árvore de procura
- cada nó é uma estrutura com pelo menos 5 componentes/campos:
  - estado
  - nó pai
  - jogada/regra aplicada para gerar o nó
  - número de nós no caminho para este nó (profundidade do nó na árvore)
  - custo do caminho desde o nó raiz

Definições

- Espaço de estados: árvore (ou grafo) que é gerada implicitamente á medida que se avança na procura por uma solução.
- Espaço de procura (busca, pesquisa): pode ser bem definido (grafo, por exemplo) ou pode ter que ser gerado automaticamente durante a busca por possuir (in)finitos estados.

Estruturas

- datatype node components: STATE, PARENT_NODE, OPERATOR, DEPTH, PATH_COST
- Necessária representação para lista de nós que ainda não foram expandidos
- Escolha: lista de nós com as seguintes operações:
  - MAKE_QUEUE(Elementos)
  - EMPTY?(Queue)
  - REMOVE_FRONT(Queue) (função)
  - QUEUEING_FN(Elementos,Queue)

Algoritmo Geral

```
function GENERAL_SEARCH(problem, QUEUEING_FN) retorna
                                       solucao ou falha
     nodes := MAKE_QUEUE(MAKE_NODE(INITIAL_STATE(problem)))
     loop
        if EMPTY?(nodes) then return falha
        node := REMOVE_FRONT(nodes)
        if STATE(node) = GOAL_TEST[problem] then return
                                       node
        new_nodes := EXPAND(node,OPERATORS(problem))
        nodes := QUEUEING_FN(nodes,new_nodes)
     end
```

Obs: `QUEUEING_FN` é uma função variável!

Busca de Soluções: Estratégias

- Avaliação:
  - completude
  - complexidade temporal
  - complexidade espacial
  - otimalidade

Métodos não informados de busca (busca cega)

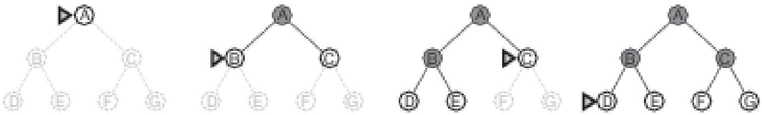
- largura (BL)
- custo uniforme (BCU)
- profundidade (BP)
- limitada em profundidade (BLP)
- profundidade iterativa (BPI)
- bidirecional (BB)

Busca em Largura (BL)

- todos os nós em nível `d` na árvore de busca são expandidos **antes** dos nós de nível `d+1`
- função `QUEUEING_FN`: fifo

```
function BREADTH_FIRST_SEARCH(problem) retorna
                                       solucao ou falha
    return GENERAL_SEARCH(problem,ENQUEUE_AT_END)
```

Busca em Largura (BL)



Busca em Largura: análise

- completude: se houver solução, BL garante que vai ser encontrada → completa
- se houver + de 1 solução garante que encontra a mais rasa primeiro → é ótima se o custo do caminho for uma função não decrescente da profundidade do nó
- espaço/memória = número máximo de nós para computar 1 solução de profundidade `d` (fator de ramificação `b`)

$$1 + b + b \times b + (b \times b) \times b + ... + b^d$$

- complexidades de espaço e tempo iguais: $O(b^d)$, todas as folhas da árvore têm que ser armazenadas ao mesmo tempo

Busca em Largura: análise

Profundidade	Nós	Tempo	Memória
0	1	1 ms	100 Bytes
2	111	1s	11 KB
4	11.111	11s	1MB
6	10^6	18 min	111 MB
8	10^8	31 h	11 GB
10	10^{10}	128 dias	1TB
12	10^{12}	35 anos	111TB
14	10^{14}	3500 anos	11.111TB

Obs: considere que 1000 nós podem ser testados e expandidos por segundo, 1 nó precisa de 100 Bytes, $b = 10$

Busca em Largura: análise

- qtde de memória: maior problema de BL
- se o problema tiver uma solução em nível 12, então levaria 35 anos para computar a resposta!!!
- em geral, problemas de busca com complexidade de tempo exponencial não podem ser resolvidos para instâncias muito grandes de entrada
- problema de todos os métodos de busca não informados

Busca de Custo Uniforme (BCU)

- modificação da estratégia de BL para expandir apenas nós de baixo custo (utiliza função de custo `g(n)`)
- BL é de custo uniforme com `g(n) = DEPTH(n)`
- função `QUEUEING_FN`: ordem crescente de custos

Busca de Custo Uniforme: Análise

- BCU encontra a solução de menor custo se o custo do caminho nunca decrescer para os descendentes:

$$g(SUCCESSOR(n)) \geq g(n)$$

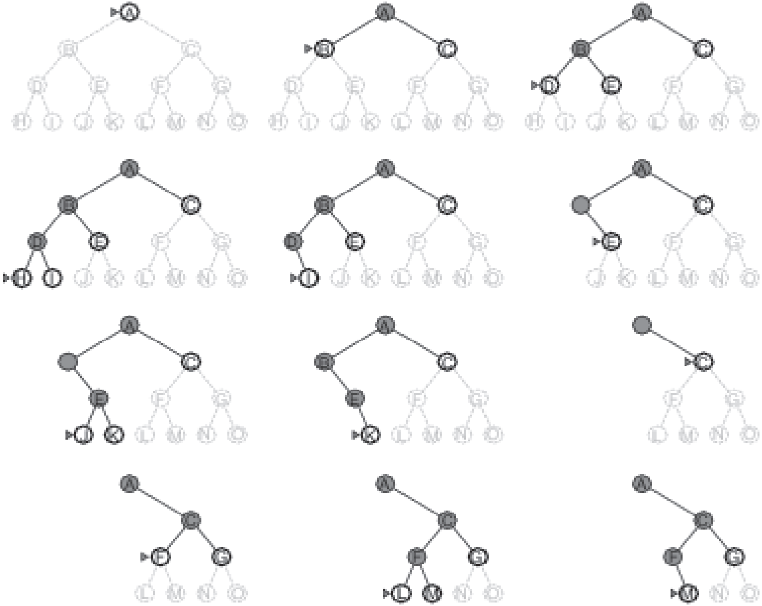
- Complexidades temporal e espacial iguais às de BL.

Busca em Profundidade

- expande nós mais profundos da árvore primeiro
- função `QUEUEING_FN`: lifo (pilha)

```
function DEPTH_FIRST_SEARCH(problem) retorna
                                         solucao ou falha
    return GENERAL_SEARCH(problem,ENQUEUE_AT_BEGINNING)
```

Busca em Profundidade



Busca em Profundidade: Análise

- espaço: somente os nós do caminho da solução + nós ainda não expandidos
- total: $b \times m$, onde `b` = fator de ramificação e `m` = profundidade máxima
- BP precisaria de apenas 12KB invés de 111TB para encontrar a solução em nível 12.
- tempo: $\mathtt{O}(b^m)$
- para problemas qur têm muitas soluções, BP pode ser + rápida que BL por ter boa chance de encontrar uma solução depois de explorar um espaço pequeno do espaço de busca total
- estratégia não é completa nem ótima!!
- BP não deve ser usada para árvores de muita ou profundidade infinita!!

Busca Limitada em Profundidade

- Impõe um corte na profundidade máxima de um caminho
- necessário verificar profundidade de cada nó expandido
- função `EXPAND` responsável por verificar se profundidade limite foi atingida

Busca Limitada em Profundidade: Análise

- estratégia é completa, mas....
- ...não é ótima!
- se limite de profundidade muito pequeno, não garantimos completude
- tempo: $\mathtt{O}(b^l)$, com $\mathtt{l}$, limite de prof.
- espaço: $\mathtt{O}(b \times l)$

Busca em Profundidade Iterativa

- tenta todos os possíveis limites de profundidade
- combina vantagens de BL com BP

```
function ITERATIVE_DEEPENING_SEARCH(problem) retorna
                                       solucao ou falha
    for depth := 0 to infinito do
        if DEPTH_LIMITED_SEARCH(problem,depth) then
                                       return solucao
    end
    return falha
```

Busca em Profundidade Iterativa: Análise

- é ótima e completa
- espaço: como busca em profundidade
- ordem de expansão dos nós análogo à BL, com exceção de que alguns estados são expandidos várias vezes
- tempo:

$$(d+1)\times 1+(d)\times b+(d-1)\times b^2+\ldots+3\times b^{d-2}+2\times b^{d-1}+1\times b^d$$

- nós da folha da última iteração são expandidos uma única vez
- próximo nível: duas vezes etc
- raiz expandida `d+1` vezes
- complexidade temporal: $O(b^d)$
- método utilizado qdo a árvore de busca é muito grande e prof da solução não conhecida

Busca Bidirecional (BB)

- Busca a partir dos dois estados - inicial e final
- BB termina quando as duas buscas se encontram
- para problemas com fator de ramificação `b`, BB pode fazer gde diferença em termos de tempo de execução/espaço consumido
- `b=10`, `d=6`:
  - BL: 1.111.111 nós
  - BB: 2.222 nós $(2 \times b^{\frac{d}{2}} \rightarrow O(b^{\frac{d}{2}}))$

Busca Bidirecional (BB): Algoritmo

```
function BIDIRECIONAL_SEARCH(problem, QUEUEING_FN1, QUEUEING_FN2
        retorna solucao ou falha
    nodes1 := MAKE_QUEUE(MAKE_NODE(INITIAL_STATE(problem)))
    nodes2 := MAKE_QUEUE(MAKE_NODE(FINAL_STATE(problem)))
    loop
      if EMPTY?(nodes1) || EMPTY?(nodes2) then return falha
      if NOT EMPTY?(intersection(nodes1,nodes2)) then return s

      node1 := REMOVE_FRONT(nodes1)
      node2 := REMOVE_FRONT(nodes2)

      new_nodes1 := EXPAND(node1,OPERATORS(problem))
      nodes1 := QUEUEING_FN1(nodes1,new_nodes1)
      new_nodes2 := EXPAND(node2,OPERATORS(problem))
      nodes2 := QUEUEING_FN2(nodes2,new_nodes1)
```

Busca Bidirecional (BB): Algoritmo

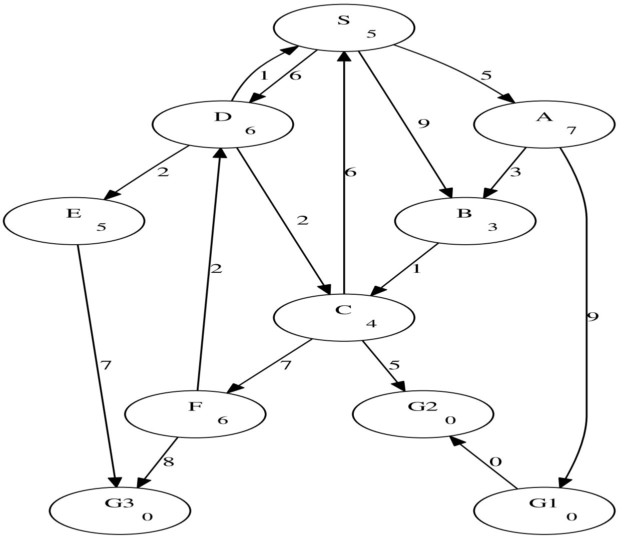
Busca Bidirecional (BB)

- Na prática:
  - precisamos de formas eficientes para descobrir se um novo nó já apareceu na árvore de busca da outra busca
  - decidir o tipo de busca a ser utilizada em cada metade do espaço de busca
  - seleção de sucessores e predecessores

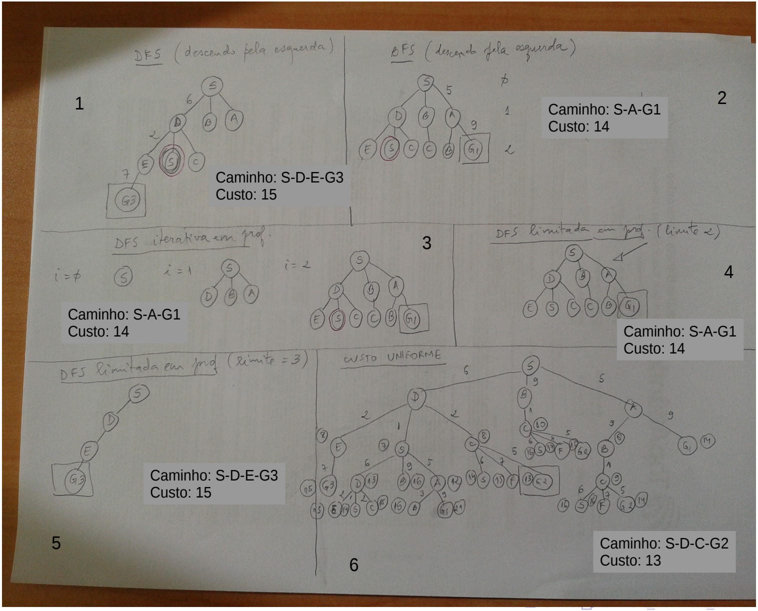
Comparação entre buscas

Critério	BL	BCU	BP	BLP	BPI	BB
tempo	b^d	b^d	b^m	b^l	b^d	$b^{\frac{d}{2}}$
espaço	b^d	b^d	$b \times m$	$b \times l$	$b \times d$	$b^{\frac{d}{2}}$
otimalidade	sim	sim	não	não	sim	sim
completude	sim	sim	não	sim, se $l \geq d$	sim	sim

Exemplo



Árvores de procura para o Exemplo



Ordem de visita dos nós

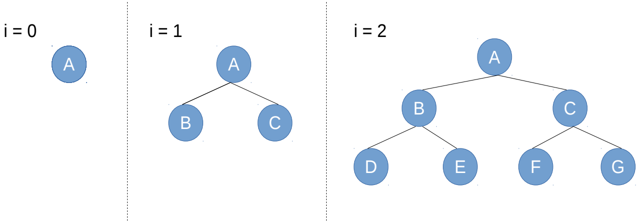
- (1), DFS: S-D-E-G3
- (2), BFS: S-D-B-A-E-S-C-C-B-G1
- (3), IDFS: S, S-D-B-A, S-D-E-S-C-B-C-A-B-G1
- (4), DFS com limite 2: S-D-E-S-C-B-C-A-B-G1
- (5), DFS com limite 3: S-D-E-G3
- (6), BCU: S(0)-A(5)-D(6)-S(7)-E(8)-C(8)-B(8)-C(9)-A(12)-D(13)-G2(13) (números entre parênteses são os custos de cada nó visitado)

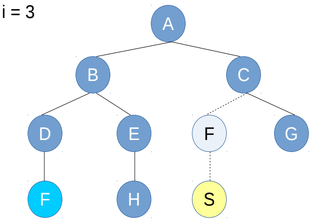
Árvores de procura para o Exemplo

- Em (1), DFS, S é um estado que se repete no caminho desde a raiz. Permitir esta repetição poderia fazer a busca entrar em ciclo se a ordem de visita dos nós não fosse buscar primeiro o nó mais à esquerda no grafo.
- Em (2), BFS, 3 (DFS iterativa), 4 e 5 (DFS limitada em profundidade) estados repetidos não causam ciclos.
- Em (2), BFS, evitar ciclos pode reduzir bastante o consumo de memória, desde que se use uma forma eficiente de detecção dos nós repetidos no caminho.
- O nó C também se repete, mas em caminhos diferentes. Eliminar nós repetidos em diferentes caminhos pode levar a soluções não ótimas.
- Quando associamos custos aos nós (como no caso da busca de custo uniforme), estes são comumente não negativos. Por que?

Perda da solução ótima

Exemplo de perda da solução ótima, ao prevenir estados repetidos, na estratégia de busca iterativa em profundidade.





Por que F já apareceu numa subárvore da esquerda, o caminho F-S que leva à solução (S) nunca chega a ser explorado. Em outras palavras, esta solução, em nível 3 é perdida e será encontrada em nível 4, embaixo do F no caminho da esquerda. Solução de menor nível foi perdida.