

# Ganância

## Problema

Uma fracção unitária é uma fracção cujo numerador é 1. Por exemplo,  $1/3$ ,  $1/11$ ,  $1/25$  são fracções unitárias.

Os antigos Egípcios gostavam muito de fracções unitárias e não usavam outras além destas, com excepção de  $2/3$ , que tinha um hieróglifo especial. Por exemplo, para representar  $2/5$ , os Egípcios usariam a soma das fracções unitárias  $1/3$  e  $1/15$ . (De facto  $2/5 = 1/3 + 1/15$ .) Do ponto de vista matemático, uma questão interessante é saber se qualquer fracção própria pode ser representada por uma soma de fracções unitárias. (Uma fracção própria é uma fracção em que o numerador é positivo e menor que o denominador.) Pois bem, Leonardo Fibonacci, o maior matemático europeu da idade média, demonstrou que sim, em 1202.

Nas suas contas, Fibonacci usava o chamado método “ganancioso”, segundo o qual, ao expandir iterativamente uma fracção numa soma de fracções unitárias, em cada passo se escolhe a maior fracção unitária que cabe na fracção em expansão. Por exemplo: suponha que quer expandir  $3/7$ . A maior fracção unitária menor que  $3/7$  é  $1/3$ . A diferença de  $1/3$  para  $3/7$  é  $2/21$ . Expandamos então  $2/21$ . A maior fracção unitária menor que  $2/21$  é  $1/11$ . A diferença de  $1/11$  para  $2/21$  é  $1/231$ . Pronto:  $3/7 = 1/3 + 1/11 + 1/231$ .

A sua tarefa neste problema é escrever um programa para fazer a expansão gananciosa de uma fracção própria.

## Ficheiro de dados

Os dados para o problema estão num ficheiro de nome GANANCIA.IN que tem uma única linha, na qual existem dois números inteiros positivos, N e M, separados por um espaço, sendo N menor que M. N representa o numerador e M o denominador da fracção cuja expansão gananciosa o programa calculará. Os dois números podem não ser primos entre si.

Eis o ficheiro que corresponde ao exemplo usado há pouco:

```
3 7
```

## Ficheiro de resultados

O ficheiro de resultados, de nome GANANCIA.OUT, conterà um número variável de linha, cada uma com um único número inteiro, encostado à esquerda. Na primeira linha vem o número de termos da expansão gananciosa. Em cada uma das linhas seguintes vem um dos denominadores calculados na expansão, por ordem crescente. Eis o ficheiro que corresponde ao exemplo usado há pouco:

```
3
3
11
231
```

## Limites do programa

Algumas expansões gananciosas, mesmo para fracções com aspecto inocente, provocam “overflow” de inteiros. Por exemplo:

$$\frac{5}{121} = \frac{1}{25} + \frac{1}{757} + \frac{1}{763\,308} + \frac{1}{873\,960\,180\,913} + \frac{1}{7\,638\,092\,437\,828\,241\,151\,744}$$

No entanto, os casos de teste usados para avaliar o seu programa nunca causarão o aparecimento de denominadores maiores que 2 000 000 000.