

Problema D - Desembarçar Cabos

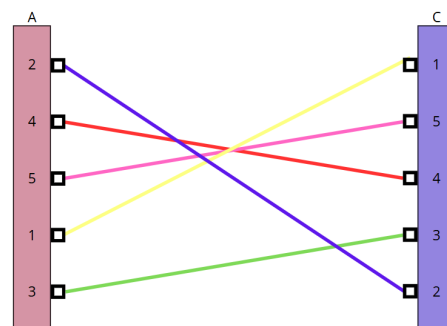
Consulta a página de instruções para informações detalhadas sobre a qualificação e o formato deste problema.

O Tiago está a tentar construir o seu próprio computador, e agora só lhe falta ligar alguns cabos. Ele tem duas colunas de N entradas, A e C , ambas com entradas numeradas de 1 a N em posições distintas $a_1, a_2, \dots, a_n$ e $c_1, c_2, \dots, c_n$ respetivamente, e a tarefa do Tiago é conectar as i -ésimas entradas de cada coluna, que estão em posições a_i e c_i respetivamente.

Para clarificar, quando dizemos que $a_i = j$, significa que a entrada na linha j da coluna A está etiquetada com o número i . Da mesma forma, se $c_i = k$, significa que a entrada na linha k da coluna C tem etiqueta i . A tarefa do Tiago é ligar todas as entradas correspondentes das duas colunas. Mais precisamente, para cada etiqueta i (com $1 \leq i \leq N$), ele precisa de ligar a linha j da coluna A (onde $a_i = j$) à linha k da coluna C (onde $c_i = k$).

No entanto, reparou que como as colunas não tinham as entradas pela mesma ordem, havia um monte de cruzamentos de cabos o que gerava uma enorme confusão e podia ser potencialmente perigoso.

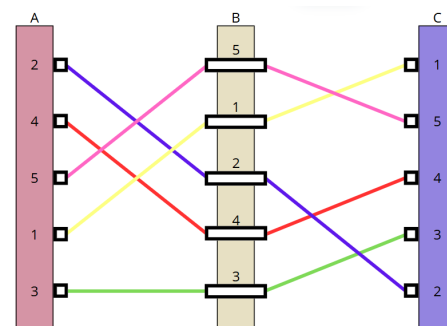
Por exemplo, ao ligar os cabos de colunas A e C , com entradas 1, 2, 3, 4, 5 nas posições $\{4, 1, 5, 2, 3\}$ e $\{1, 5, 4, 3, 2\}$ respetivamente, como na imagem ao lado (a contar de cima para baixo), fez com que houvesse 7 cruzamentos entre cabos, 6 das quais muito próximas umas das outras.



O Luís recomendou-lhe então pôr uma coluna B intermédia, com N entradas duplas, para espaçar os cruzamentos, coluna esta cuja posição das entradas o Tiago poderia escolher de forma a minimizar confusão.

Por exemplo, se o Tiago escolher enumerar da seguinte forma: $b_1 = 2, b_2 = 3, b_3 = 5, b_4 = 4, b_5 = 1$, consegue fazer com que haja apenas 4 cruzamentos entre as colunas A e B , e 3 cruzamentos entre as colunas B e C . Formalmente, dizemos que os cabos i, j se cruzam entre as colunas A e B se $a_i > a_j$ e $b_i < b_j$ ou vice-versa, e que se cruzam entre as colunas B e C se $b_i > b_j$ e $c_i < c_j$.

O objetivo do Tiago é minimizar o número de cruzamentos de cada lado, para que nenhum dos lados tenha demasiados cruzamentos, mais explicitamente, ele quer minimizar o valor de:



$\max\{\text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas A e B}, \text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas B e C}\}$

Parte I

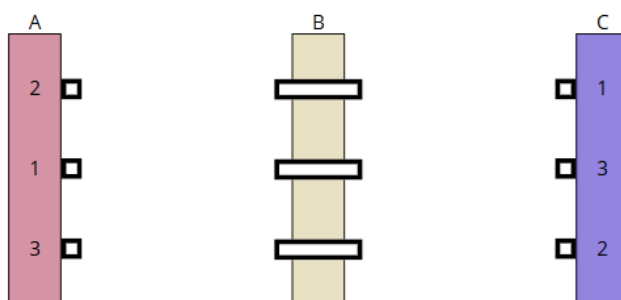
Na Parte I do problema, o teu objetivo é ajudares o Tiago a calcular o valor ótimo para uma configuração desconhecida da coluna **B**, isto é, deves calcular:

$\max\{\text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas A e B}, \text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas B e C}\}$

Mas não tens de encontrar valores de $b_1, b_2, b_3, \dots, b_N$ que satisfaçam a igualdade.

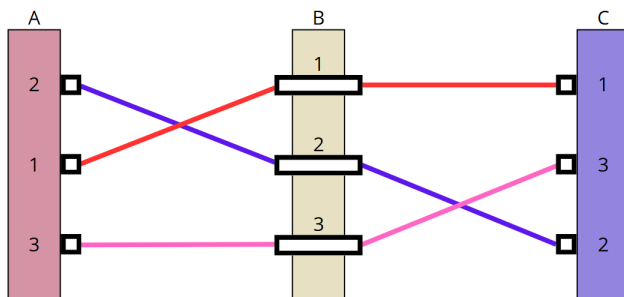
Exemplo

Supõe que temos que $N = 3, a_1 = 2, a_2 = 1, a_3 = 3, c_1 = 1, c_2 = 3$ e $c_3 = 2$, como ilustrado na imagem.



Obviamente precisamos de pelo menos um cruzamento no total, a questão é se conseguimos então ter apenas no máximo um cruzamento de cada lado.

De facto, conseguimos mostrar que isso é possível, por exemplo, fazendo $b_1 = 1, b_2 = 2$ e $b_3 = 3$



Mas repara que nesta Parte seria suficiente imprimir 1, não precisamos de indicar os valores de b_1, b_2, b_3 que obtêm esse valor.

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta Parte que irão ser colocados ao programa:

$$1 \leq N \leq 10^5 \quad \text{O número de entradas em cada coluna}$$

Os casos de teste desta Parte do problema estão organizados num único grupo:

Grupo	Número de Pontos	Restrições adicionais
1	20	Sem restrições adicionais

Parte II

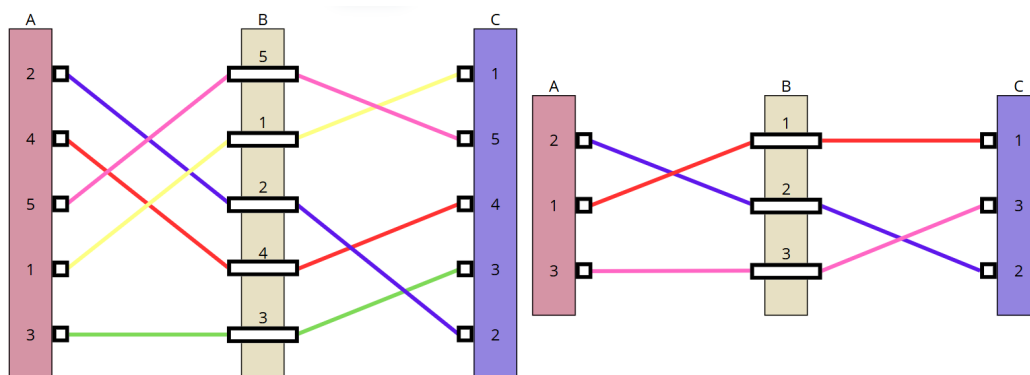
Agora que sabemos o valor a alcançar, o Tiago quer a tua ajuda para encontrar uma configuração para a coluna **B** ótima. Isto é, dado duas colunas **A** e **C** dadas por $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ e $c_1, c_2, c_3, \dots, c_N$, encontra valores $b_1, b_2, b_3, \dots, b_N$ para a coluna **B** que minimizem:

$$\max\{\text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas A e B}, \text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas B e C}\}$$

Exemplo

Considera os exemplos já dados no enunciado, isto é, $N = 5$, $a_1 = 4, a_2 = 1, a_3 = 5, a_4 = 2, a_5 = 3$, $c_1 = 1, c_2 = 5, c_3 = 4, c_4 = 3$ e $c_5 = 2$. e $N = 3$, $a_1 = 2, a_2 = 1, a_3 = 3$, $c_1 = 1, c_2 = 3$ e $c_3 = 2$

Como visto anteriormente, estes casos teriam como possíveis soluções: $b_1 = 2, b_2 = 3, b_3 = 5, b_4 = 4, b_5 = 1$ e $b_1 = 1, b_2 = 2, b_3 = 3$ respetivamente, mas repara que não são necessariamente as únicas soluções.



Restrições

Os limites que são garantidos em todos os casos de teste que irão ser colocados ao programa na Parte II são iguais aos da Parte I:

$$1 \leq N \leq 10^5 \quad \text{Número de entradas em cada coluna}$$

Os casos de teste desta Parte do problema estão organizados em três grupos com restrições adicionais diferentes:

Grupo	Número de Pontos	Restrições adicionais
3	20	$N \leq 8$
4	30	$N \leq 500$
5	30	Sem restrições adicionais

Sumário de subtarefas

Os casos de teste do problema estão organizados em quatro grupos com restrições adicionais diferentes:

Grupo	Número de Pontos	Parte	Restrições adicionais
1	20	Parte I	Sem restrições adicionais
2	20	Parte II	$N \leq 8$
3	30	Parte II	$N \leq 500$
4	30	Parte II	Sem restrições adicionais

Formato de Input

A primeira linha contém um inteiro P , correspondente à Parte que o caso de teste representa. Se for 1, então o caso de teste refere-se à Parte I, se for 2 então refere-se à Parte II.

Segue-se uma linha com um inteiro N , que representa o número de entradas em cada coluna.

Seguem-se duas linhas, a primeira com N números $a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$, separados por espaços, representando as posições das entradas na coluna A , e uma segunda linha com N números $c_1, c_2, c_3, \dots, c_N$, separados por espaços, representando as posições das entradas na coluna C .

Formato de Output

Na parte I, o output deve conter apenas um inteiro, o valor de

$$\max\{\text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas A e B}, \text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas B e C}\}$$

Na parte II, o output deve conter uma linha com os N inteiros $b_1, b_2, b_3, \dots, b_N$, separados por espaços, que minimizem o valor de

$$\max\{\text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas A e B}, \text{n}^\circ \text{ de cruzamentos entre as colunas B e C}\}$$

Se existirem várias configurações que levem ao mesmo valor ótimo, imprime qualquer uma.

Nota: a resposta pode ser um número maior que $2^{31} - 1$, ou seja, para linguagens de programação onde inteiros tenham 32 bits pode ocorrer overflow. Podem usar `long long int` em C/C++, `long` em Java, ou `Longint` em Pascal.

Input do Exemplo 1

```
1
5
4 1 5 2 3
1 5 4 3 2
```

Output do Exemplo 1

```
4
```

Explicação do Exemplo 1

Este exemplo corresponde à Parte I aplicada ao primeiro exemplo no enunciado.

Input do Exemplo 2

```
1
3
2 1 3
1 3 2
```

Output do Exemplo 2

```
1
```

Explicação do Exemplo 2

Este exemplo corresponde ao exemplo dado na Parte I do enunciado.

Input do Exemplo 3

```
2
3
2 1 3
1 3 2
```

Output do Exemplo 3

1 2 3

Explicação do Exemplo 3

Este exemplo corresponde à Parte II aplicada ao exemplo anterior.

Input do Exemplo 4

2
5
4 1 5 2 3
1 5 4 3 2

Output do Exemplo 4

2 3 5 4 1

Explicação do Exemplo 4

Este exemplo corresponde à Parte II aplicada ao primeiro exemplo no enunciado.



Alto Patrocínio

Com o Alto Patrocínio
de Sua Excelência



O Presidente da República



Patrocinadores



FUNDAÇÃO
CALOUSTE
GULBENKIAN