

Problema B – Recomendações de Vídeos

Estás a criar um algoritmo de recomendação para uma plataforma de vídeos. Há N vídeos numerados de 1 a N , cada um com um valor de interesse que é $a[x]$ para o vídeo x .

Ao ver um vídeo, os utilizadores recebem uma lista de recomendações associada a esse vídeo. Depois de o verem, escolhem outro vídeo da lista de recomendações *que ainda não tenham visto*. Repetem este processo até que a lista de recomendações contenha apenas vídeos que já tenham sido vistos. O vídeo x só pode recomendar vídeos y tão ou mais interessantes que x , ou seja, vídeos para os quais $y \neq x$ e $a[y] \geq a[x]$. (Nota: os valores $a[x]$ e $a[y]$ podem ser iguais.)



Existe um comprimento máximo global para qualquer lista de recomendações, M . Se for possível que uma lista tenha comprimento M , então tem mesmo de o ter. Se não for possível, a lista deve recomendar todos os vídeos que puder (por exemplo, se não houver M vídeos tão ou mais interessantes que um certo vídeo).

O teu objetivo é escolher M e a lista de recomendações para cada vídeo individual.

Parte I

O teu primeiro objetivo é encaminhar todos os utilizadores para um dado vídeo x .

Dado um vídeo x , qual é o maior valor de M tal que um utilizador que comece no vídeo y (com $y \neq x$ e $a[y] \leq a[x]$) seja encaminhado até ao vídeo x ? Ou seja, seja forçado a eventualmente ver o vídeo x independentemente das escolhas que faça. Nota que M pode ser arbitrariamente grande, nesse caso a resposta deve ser -1 .

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta parte que irão ser colocados ao programa:

| | |
|-----------------------------|--------------------------|
| $1 \leq T \leq 10$ | Número de casos de teste |
| $1 \leq N \leq 10^5$ | Número de vídeos |
| $1 \leq x \leq N$ | Índice do vídeo dado |
| $1 \leq a[\cdot] \leq 10^5$ | Interesse de um vídeo |

Os casos de teste desta parte do problema estão organizados em dois grupos com restrições adicionais diferentes:

| Grupo | Número de Pontos | Restrições Adicionais |
|-------|------------------|---------------------------|
| 1 | 10 | $a[\cdot] \leq 10$ |
| 2 | 20 | Sem restrições adicionais |

Parte II

O teu segundo objetivo é encaminhar todos os utilizadores que comecem num dado vídeo x até *qualquer outro* vídeo y (com $x \neq y$ e $a[x] \leq a[y]$).

Dado um vídeo x , qual é o maior valor de M tal que seja possível encaminhar os utilizadores que comecem em x até qualquer outro vídeo y (com $x \neq y$ e $a[x] \leq a[y]$) ? Por outras palavras, se a resposta for M , então para cada y deve haver uma configuração de listas de recomendações (que pode ser diferente para cada y) tal que os utilizadores que comecem em x sejam forçados a eventualmente ver o vídeo y . Nota que M pode ser arbitrariamente grande, nesse caso a resposta deve ser -1 .

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta parte que irão ser colocados ao programa:

| | |
|-----------------------------|--------------------------|
| $1 \leq T \leq 10$ | Número de casos de teste |
| $1 \leq N \leq 10^5$ | Número de vídeos |
| $1 \leq x \leq N$ | Índice do vídeo dado |
| $1 \leq a[\cdot] \leq 10^5$ | Interesse de um vídeo |

Os casos de teste desta parte do problema estão organizados em dois grupos com restrições adicionais diferentes:

| Grupo | Número de Pontos | Restrições Adicionais |
|-------|------------------|---------------------------|
| 3 | 10 | $a[\cdot] \leq 10$ |
| 4 | 20 | Sem restrições adicionais |

Parte III

O teu objetivo final é encaminhar todos os utilizadores que comecem num dado vídeo x até um dado vídeo y , onde é garantido que $x \neq y$ e $a[x] \leq a[y]$.

Recebes Q perguntas, cada uma com x e y . Para cada pergunta, encontra o maior valor de M tal que seja possível encaminhar os utilizadores de x até y . Nota que M pode ser arbitrariamente grande, nesse caso a resposta deve ser -1 .

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta parte que irão ser colocados ao programa:

| | |
|-----------------------------|--------------------------|
| $1 \leq T \leq 10$ | Número de casos de teste |
| $1 \leq N \leq 10^5$ | Número de vídeos |
| $1 \leq Q \leq 10^5$ | Número de perguntas |
| $1 \leq x, y \leq N$ | Índice dos vídeos dados |
| $1 \leq a[\cdot] \leq 10^5$ | Interesse de um vídeo |

É garantido que $x \neq y$ e $a[x] \leq a[y]$.

Os casos de teste desta parte do problema estão organizados em três grupos com restrições adicionais diferentes:

| Grupo | Número de Pontos | Restrições Adicionais |
|-------|------------------|---------------------------|
| 5 | 10 | $a[\cdot] \leq 10$ |
| 6 | 25 | Sem restrições adicionais |
| 7 | 5 | $a[\cdot] \leq 10^9$ |

Nota: O último subgrupo é especial, a sua restrição extra substitui a restrição original, ou seja, para este subgrupo pode haver valores de $a[\cdot]$ superiores a 10^5 .

Sumário de subtarefas

Os casos de teste do problema estão organizados em sete grupos com restrições adicionais diferentes:

| Grupo | Número de Pontos | Parte | Restrições adicionais |
|-------|------------------|-----------|---------------------------|
| 1 | 10 | Parte I | $a[\cdot] \leq 10$ |
| 2 | 20 | Parte I | Sem restrições adicionais |
| 3 | 10 | Parte II | $a[\cdot] \leq 10$ |
| 4 | 20 | Parte II | Sem restrições adicionais |
| 5 | 10 | Parte III | $a[\cdot] \leq 10$ |
| 6 | 25 | Parte III | Sem restrições adicionais |
| 7 | 5 | Parte III | $a[\cdot] \leq 10^9$ |

Formato de Input

A primeira linha contém um inteiro P , correspondente à parte a resolver (pode ser 1, 2 ou 3). A segunda linha contém um inteiro T , que é o número de casos de teste.

Partes I e II

Cada caso de teste começa com duas linhas:

- A primeira linha de cada caso de teste contém dois inteiros N e x .

- A segunda linha contém N inteiros $a[1], a[2], \dots, a[N]$.

Parte III

Cada caso de teste começa com duas linhas:

- A primeira linha de cada caso de teste contém dois inteiros N e Q .
- A segunda linha contém N inteiros $a[1], a[2], \dots, a[N]$.

Seguem-se Q linhas, cada uma definindo um pedido, que consiste em dois inteiros x y .

Formato de Output

Parte I e II

Para cada caso de teste, imprime uma linha com um único inteiro: o maior valor de M solicitado (ou -1 se M puder ser arbitrariamente grande).

Parte III

Para cada caso de teste, para cada pedido, imprime uma linha com um único inteiro: o maior valor de M solicitado (ou -1 se M puder ser arbitrariamente grande).

Input do Exemplo 1

```
1
1
3 3
1 1 2
```

Output do Exemplo 1

```
-1
```

Explicação do Exemplo 1

Este exemplo tem um único caso de teste referente à parte I.

Temos $N = 3$ e o vídeo-alvo é $x = 3$. Os valores de interesse são $a = [1, 1, 2]$. A resposta é $M = -1$, visto que podemos escolher $\text{recs}(1) = \{2, 3\}$ e $\text{recs}(2) = \{1, 3\}$.

- Se o utilizador começar no vídeo $y = 1$, se não escolher ver o vídeo 3, então verá o vídeo 2. Do vídeo 2 o utilizador não pode escolher o vídeo 1 porque já o viu, então é forçado a ver o vídeo 3.

- Se o utilizador começar no vídeo $y = 2$, se não escolher ver o vídeo 3, então verá o vídeo 1. Do vídeo 1 o utilizador não pode escolher o vídeo 2 porque já o viu, então é forçado a ver o vídeo 3.

Assim, existe configuração válida para todo M , logo a resposta é -1 .

Input do Exemplo 2

```
2
3
3 1
1 2 3
4 1
1 2 2 3
5 1
1 2 2 2 3
```

Output do Exemplo 2

```
1
1
2
```

Explicação do Exemplo 2

Este exemplo tem três casos de teste referentes à parte II.

No primeiro caso $N = 3$, $x = 1$, $a = [1, 2, 3]$. A resposta é $M = 1$ visto que:

- Para $M = 1$:
 - Destino $y = 2$: basta $\text{recs}(1) = \{2\}$.
 - Destino $y = 3$: basta $\text{recs}(1) = \{3\}$.
- Para $M = 2$, temos $\text{recs}(1) = \{2, 3\}$ necessariamente, mas se $y = 2$ é possível que o utilizador escolha o vídeo 3 primeiro. Visto que o 3 tem um interesse superior ao 2, nunca irá recomendar o 2.

No segundo caso $N = 4$, $x = 1$, $a = [1, 2, 2, 3]$. A resposta é $M = 1$ visto que:

- Para $M = 1$:

- Destino $y = 2$: basta $\text{recs}(1) = \{2\}$.
- Destino $y = 3$: basta $\text{recs}(1) = \{3\}$.
- Destino $y = 4$: basta $\text{recs}(1) = \{4\}$.
- Para $M = 2$, $\text{recs}(2) = \{3, 4\}$ e $\text{recs}(3) = \{2, 4\}$ necessariamente. Qualquer que seja a escolha de $\text{recs}(1)$ há uma sequência de escolhas que chega ao vídeo 4 sem passar ou pelo 2 ou pelo 3.

No terceiro caso $N = 5$, $x = 1$, $a = [1, 2, 2, 2, 3]$. A resposta é $M = 2$ visto que:

- Para $M = 2$:
 - Destino $y = 2$: basta $\text{recs}(1) = \{2, 3\}$, $\text{recs}(2) = \{3, 4\}$, $\text{recs}(3) = \{2, 4\}$ e $\text{recs}(4) = \{2, 3\}$.
 - Destino $y = 3$: basta $\text{recs}(1) = \{2, 3\}$, $\text{recs}(2) = \{3, 4\}$, $\text{recs}(3) = \{2, 4\}$ e $\text{recs}(4) = \{2, 3\}$.
 - Destino $y = 4$: basta $\text{recs}(1) = \{2, 3\}$, $\text{recs}(2) = \{3, 4\}$, $\text{recs}(3) = \{2, 4\}$ e $\text{recs}(4) = \{2, 3\}$.
 - Destino $y = 5$: basta $\text{recs}(1) = \{2, 5\}$, $\text{recs}(2) = \{3, 5\}$, $\text{recs}(3) = \{2, 5\}$ e $\text{recs}(4) = \{2, 5\}$.
- Para $M = 3$, necessariamente temos que $\text{recs}(2) = \{3, 4, 5\}$, $\text{recs}(3) = \{2, 4, 5\}$ e $\text{recs}(4) = \{2, 3, 4\}$. Há sempre uma sequência de escolhas que chega ao vídeo 5 sem passar ou pelo 2, 3 ou 4.

Input do Exemplo 3

```
3
1
3 2
1 1 2
1 2
1 3
```

Output do Exemplo 3

```
1
-1
```

Explicação do Exemplo 3

Este exemplo tem um único caso de teste referente à parte III.

Temos $N = 3$ e $\mathbf{a} = [1, 1, 2]$, assim como os seguintes dois pedidos:

- $\mathbf{x} = 1, \mathbf{y} = 2$. A resposta é $M = 1$, visto que:
 - Se $M \geq 2$, então $\text{recs}(1) = \{2, 3\}$ necessariamente. O utilizador pode escolher o vídeo 3. Visto que o 3 tem um interesse superior ao 2, nunca irá recomendar o 2. Logo, $M \geq 2$ falha em forçar 1 a 2.
 - Se $M = 1$, definimos $\text{recs}(1) = \{2\}$.
- $\mathbf{x} = 1, \mathbf{y} = 3$. A resposta é $M = -1$, visto que podemos escolher $\text{recs}(1) = \{2, 3\}$ e $\text{recs}(2) = \{1, 3\}$. Se o utilizador não escolher ver o vídeo 3, então verá o vídeo 2. Do vídeo 2 o utilizador não pode escolher o vídeo 1 porque já o viu, então é forçado a ver o vídeo 3.

Organização



Alto Patrocínio

Com o Alto Patrocínio
de Sua Excelência



O Presidente da República



Patrocinadores

