

1) Considere as seguintes funções

```
def divisivel(a,b):          | def ndiv(n):
    return a%b==0            |     nd=0
                             |     i=1
                             |     while i<=n:          (1)
                             |         if divisivel(n,i): (2)
                             |             nd=nd+1        (3)
                             |             i=i+1          (4)
                             |     return nd

def maxdivs(m):              | def primo(n):
    mx=0                     |     return ndiv(n)==2
    n=1
    while n<=m:              | def primos_ate(m):
        if ndiv(n)>mx:        |     n=1
            mx = ndiv(n)     |     while n<=m:
        n=n+1                 |         if primo(n):
    return mx                 |         print n,
                             |         n=n+1
```

- Descreva, usando no máximo 2 linhas de texto, o efeito de cada uma das funções.
- Para cada função indique o domínio e o contradomínio, como em (exemplo hipotético): $f: N*N \rightarrow Bool$
domínio: (tipo dos argumentos) inteiros
contradomínio: $Bool = \{False, True\}$.
- Mostre que se um inteiro n tem um divisor $< \sqrt{n}$, tem outro divisor $> \sqrt{n}$ e vice-versa, onde \sqrt{n} representa a raiz quadrada de n .
- Com base no resultado da alínea anterior, implemente uma versão (muito) mais eficiente de "ndiv", com nome "ndiv1", em que só se testa a divisibilidade por inteiros (positivos) $\leq \sqrt{n}$. Não use "*" nem a função "math.sqrt".
- Teste (mentalmente) o bom funcionamento para $n = 2, 6, 25$.
- Com base no número de vezes que a linha (2) é executada, e supondo que cada execução corresponde a 1 microsegundo do tempo total, compare o tempo de execução de "ndiv(10000000)" e "ndiv1(10000000)".

- 2) Com base no que aprendeu no problema anterior, implemente uma função mais eficiente para "primo(n)".
A sua implementação não deve usar funções auxiliares (com a possível exceção de "divisivel"); a detecção da eventual não-primalidade de n (e consequente retorno da função) deve ocorrer o mais cedo possível.

- 3) Seja n um inteiro positivo.
a) Implemente

- i) de forma iterativa - com um ciclo, mas sem chamadas a funções
- ii) de forma recursiva - sem ciclos, mas podendo chamar a própria função

uma função

`ndig(n): N -> N`

que, com base em divisões inteiras por 10, calcule o número de dígitos de n.

Nota: em python há outros métodos que se podem utilizar para o fim pretendido; por exemplo, `ndiv(n)=len(str(n))`. Mas neste exercício não pode usar funções "extra" como "str" nem o operador "**".

- b) Determine uma fórmula matemática fechada para `ndig(n)`. Por exemplo, deverá ser `ndig(9980)=4`.