

## Sistema de dedução natural para a lógica de 1ª ordem

	Introdução	Eliminação
$\wedge$	$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge \mathbf{I}$	$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge \mathbf{E}_1 \quad \frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge \mathbf{E}_2$
$\vee$	$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} \vee \mathbf{I}_1 \quad \frac{\psi}{\phi \vee \psi} \vee \mathbf{I}_2$	$\frac{\begin{array}{c} [\phi] \\ \vdots \\ \gamma \end{array} \quad \begin{array}{c} [\psi] \\ \vdots \\ \gamma \end{array}}{\phi \vee \psi} \vee \mathbf{E}$
$\neg$	$\frac{\begin{array}{c} [\phi] \\ \vdots \\ \mathbf{F} \end{array}}{\neg \phi} \neg \mathbf{I}$	$\frac{\neg \neg \phi}{\phi} \neg \mathbf{E}$
$\mathbf{F}$	$\frac{\begin{array}{c} \phi \\ \vdots \\ \neg \phi \\ \mathbf{F} \end{array}}{\mathbf{F}} \mathbf{FI}^*$	$\frac{\mathbf{F}}{\phi} \mathbf{FE}$
$\rightarrow$	$\frac{\begin{array}{c} [\phi] \\ \vdots \\ \psi \end{array}}{\phi \rightarrow \psi} \rightarrow \mathbf{I}$	$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow \mathbf{E}$
$=$	$\frac{}{t=t} = \mathbf{I}$	$\frac{t_1=t_2 \quad \phi[t_1/x]}{\phi[t_2/x]} = \mathbf{E}$ e $x$ é substituível por $t_1$ e por $t_2$ em $\phi$
$\forall$	$\frac{\begin{array}{c} [v] \\ \vdots \\ \phi[v/x] \end{array}}{\forall x \phi} \forall \mathbf{I}$ onde $v$ é uma variável nova (não ocorre antes)	$\frac{\forall x \phi}{\phi[t/x]} \forall \mathbf{E}$ onde $x$ é substituível por $t$ em $\phi$
$\exists$	$\frac{\phi[t/x]}{\exists x \phi} \exists \mathbf{I}$ onde $x$ é substituível por $t$ em $\phi$	$\frac{\begin{array}{c} [v \quad \phi[v/x]] \\ \vdots \\ \psi \end{array}}{\exists x \phi} \exists \mathbf{E}$ onde $v$ é uma variável nova que não ocorre antes nem em $\psi$

Regra da Repetição

$$\frac{\phi}{\phi} \mathbf{R}$$

Algumas regras derivadas:

$$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \neg \psi}{\neg \phi} \mathbf{MT} \quad \frac{\phi}{\neg \neg \phi} \neg \mathbf{I}$$

$$\frac{\begin{array}{c} [\neg \phi] \\ \vdots \\ \mathbf{F} \end{array}}{\phi} \mathbf{RA} \quad \frac{}{\phi \vee \neg \phi} \mathbf{TE}$$