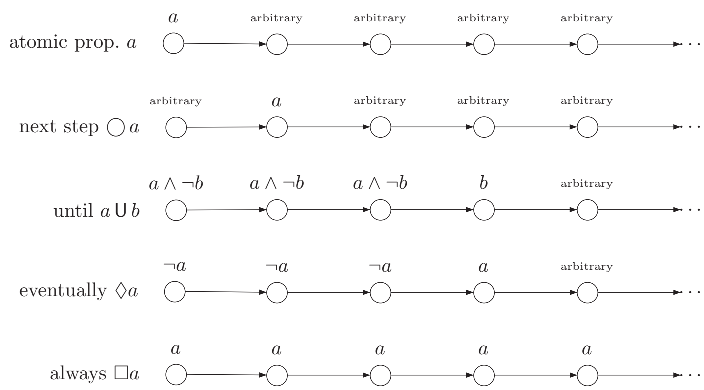
1 Especificações

Semântica do LTL

$\bigcirc$ é X; $\Diamond$ é F e $\Box$ é G



Equivalência semântica e conjuntos completos de conectivas

Equivalência de fórmulas

Duas fórmulas em LTL são semânticamente equivalentes, $\phi \equiv \psi$, sse para todos os modelos $\mathcal{M}$ e todos os caminhos π em $\mathcal{M}$, $\pi \models \phi$ sse $\pi \models \psi$.

Exercício

Mostre que $F(\phi \vee \psi) \equiv F(\phi) \vee F(\psi)$ e que $F(\phi \wedge \psi) \not\equiv F(\phi) \wedge F(\psi)$.

Conjuntos completos de conectivas

Um conjunto de conectivas é completo se as restantes se podem obter em termos dos seus elementos.

Exercício

Mostre que $\{X, U\}$ é completo para LTL.

Equivalência semântica e conjuntos completos de conectivas (cont.)

Teorema 3.1. *Temos as seguintes equivalências:*

$$\begin{aligned}
\neg(\phi \ \wedge \ \psi) &\equiv \neg\phi \ \vee \ \neg\psi \\
\neg(\phi \ \vee \ \psi) &\equiv \neg\phi \ \wedge \ \neg\psi \\
\neg G\phi &\equiv F\neg\phi \\
\neg F\phi &\equiv G\neg\phi \\
\neg X\phi &\equiv X\neg\phi \\
\neg(\phi U\psi) &\equiv \neg\phi R\neg\psi \\
\neg(\phi R\psi) &\equiv \neg\phi U\neg\psi \\
F(\phi \ \vee \ \psi) &\equiv F\phi \ \vee \ F\psi \\
G(\phi \ \wedge \ \psi) &\equiv G\phi \ \wedge \ G\psi
\end{aligned}$$

Equivalência semântica e conjuntos completos de conectivas (cont.)

Mais equivalências

$$\begin{aligned}
\mathrm{F}\phi &\equiv \top\mathrm{U}\phi \\
\mathrm{G}\phi &\equiv \bot\mathrm{R}\phi \\
\phi\mathrm{U}\psi &\equiv \phi\mathrm{W}\psi \ \wedge \ \mathrm{F}\psi \\
\phi\mathrm{W}\psi &\equiv \phi\mathrm{U}\psi \ \vee \ \mathrm{G}\phi \\
\phi\mathrm{W}\psi &\equiv \psi\mathrm{R}(\phi \ \vee \ \psi) \\
\phi\mathrm{R}\psi &\equiv \psi\mathrm{W}(\phi \ \wedge \ \psi)
\end{aligned}$$

Teorema 3.2. *Considerando as conectivas temporais, os seguintes conjuntos são completos:* $\{U, X\}$, $\{R, X\}$ *e* $\{W, X\}$.

Exercícios

Exercício 3.1. *Demonstra a veracidade ou falsidade das afirmações seguintes com uma prova ou um contra-exemplo.*

a) $G(\varphi \vee \psi) \equiv G(\varphi) \vee G(\psi)$

b) $G(\varphi \wedge \psi) \equiv G(\varphi) \wedge G(\psi)$

$\diamond$

Exercício 3.2. *Indica uma fórmula em LTL que é semânticamente equivalente a*

$$\neg G(c_1 \to c_1 W(\neg c_1 \wedge \neg c_1 W c_2))$$

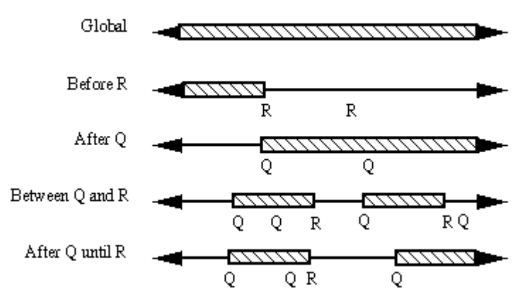
mas não utiliza a conectiva W. $\diamond$

Especificações de Propriedades

- Ocorrência: existência ou não de certos estados numa dada região
  - Ausência
  - Universalidade
  - Existência
  - Existência limitada
- Ordem: relaciona pares de estados numa dada região
  - Precedência
  - Sequência (*)

Regiões

- Global
- Antes de r
- Depois de q
- Entre q e r
- Depois de q até r



Especificações em LTL

Ausência/Universalidade

ϕ:$\neg p$ / p

Global	$\mathrm{G}\phi$
Antes de r	$\mathrm{F}r \rightarrow \phi \mathrm{U} r$
Depois de q	$\mathrm{G}(q \rightarrow \mathrm{G}\phi)$
Entre q e r	$\mathrm{G}((q \wedge \neg r \wedge \mathrm{F}r) \rightarrow (\phi \mathrm{U} r))$
Depois de q até r	$\mathrm{G}(q \wedge \neg r \rightarrow (\phi \mathrm{W} r))$

Existência

p passa a ser verdade

Global	$\mathrm{F}p$
Antes de r	$\neg r \mathrm{W}(p \wedge \neg r)$
Depois de q	$\mathrm{G}(\neg q) \vee \mathrm{F}(q \wedge \mathrm{F}p)$
Entre q e r	$\mathrm{G}(q \wedge \neg r \rightarrow (\neg r \mathrm{W}(p \neg r)))$
Depois de q até r	$\mathrm{G}(q \wedge \neg r \rightarrow (\neg r \mathrm{U}(p \wedge \neg r))$

Especificações em LTL

Existência limitada

Ex:*transições para estados com p ocorrem no máximo 2 vezes*

Global	$\neg p \mathrm{W}(p \mathrm{W}(\neg p \mathrm{W}(p \mathrm{WG} \neg p)))$
Antes de r	$\mathrm{F}r \rightarrow ((\neg p \wedge \neg r)\mathrm{U}(r \vee ((p \wedge \neg r)\mathrm{U}$ $(r \vee (\neg p \wedge \neg r)\mathrm{U}(r \vee ((p \wedge \neg r)$ $\mathrm{U}(r \vee (\neg p \mathrm{U} r))))))))$
Depois de q	$\mathrm{F}q \rightarrow (\neg q \mathrm{U}(q \wedge \neg p \mathrm{W}(p \mathrm{W}(\neg p \mathrm{W}(p \mathrm{WG} \neg p)))$
Entre q e r	$\mathrm{G}((q \wedge \neg r) \rightarrow ((\neg p \wedge \neg r)\mathrm{U}(r \vee ((p \wedge \neg r)\mathrm{U}$ $(r \vee (\neg p \wedge \neg r)\mathrm{U}(r \vee ((p \wedge \neg r)$ $\mathrm{U}(r \vee (\neg p \mathrm{U} r)))))))))$
Depois de q até r	$\mathrm{G}(q \rightarrow ((\neg p \wedge \neg r)\mathrm{U}(r \vee ((p \wedge \neg r)\mathrm{U}$ $(r \vee (\neg p \wedge \neg r)\mathrm{U}(r \vee ((p \wedge \neg r)$ $\mathrm{U}(r \vee (\neg p \mathrm{W} r) \vee \mathrm{G}p))))))))$

Especificações em LTL

Precedência

s precede p

Global	$\neg p \mathrm{W} s$
Antes de r	$\mathrm{F}r \rightarrow (\neg p \mathrm{U}(s \vee r))$
Depois de q	$\mathrm{G}(\neg q) \vee \mathrm{F}(q \wedge (\neg p \mathrm{W} s))$
Entre q e r	$\mathrm{G}((q \wedge \neg r \wedge \mathrm{F}r) \rightarrow (\neg p \mathrm{U}(s \vee r)))$
Depois de q até r	$\mathrm{G}(q \wedge \neg r \rightarrow (\neg p \mathrm{W}(s \vee r)))$