

Problema A - Quebrar Um Protocolo

A ONI (*Organização Nacional da Internet*) recrutou-te para testares um novo protocolo criptográfico criado por ela. O protocolo consiste:

- numa *chave pública* A , que é uma sequência de N inteiros,
- e em duas *chaves privadas* B e C , que são duas sequências de N inteiros tais que $A[i] = B[i] + C[i]$ para todo o $1 \leq i \leq N$.



Toda a gente tem acesso a A , que é usada para cifrar as mensagens. Para decifrar as mensagens é preciso ter acesso às duas sequências B e C , que, para além de as somas termo a termo formarem a chave A , é preciso também que as chaves B e C respeitem um certo conjunto de propriedades, sendo que a ONI quer que analyses a segurança de algumas possibilidades para estas propriedades. Isto é, será que, dado A , é fácil encontrar chaves B e C que permitam quebrar o protocolo criptográfico?

Parte I

A primeira propriedade que a ONI gostaria que tentasses respeitar é a seguinte: para todo o elemento $B[i]$ de B e $C[j]$ de C , temos que $B[i] > C[j]$. Isto é, todos os elementos de B deverão ser maiores que todos os elementos de C .

Dada uma sequência de N inteiros A , encontra duas sequências de N inteiros B e C tais que as somas termo a termo coincidam com os elementos de A e tais que todos os elementos de B sejam maiores que todos os elementos de C .

Exemplo

Se $N = 6$ e $A = \{0, 7, -3, 2, 2, -100\}$, uma possibilidade para as chaves B e C seria, por exemplo, $B = \{10, 6, 3, 2, 8, 15\}$ e $C = \{-10, 1, -6, 0, -6, -115\}$.

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta parte que irão ser colocados ao programa:

- $1 \leq N \leq 10^5$ Comprimento da chave
 $-10^4 \leq A[i] \leq 10^4$ Tamanho dos inteiros da chave pública

Para além disso é exigida a seguinte restrição às chaves privadas encontradas:

$$\begin{aligned} -10^9 \leq \mathbf{B}[i] \leq 10^9 & \quad \text{Tamanho dos inteiros da chave privada } \mathbf{B} \\ -10^9 \leq \mathbf{C}[i] \leq 10^9 & \quad \text{Tamanho dos inteiros da chave privada } \mathbf{C} \end{aligned}$$

Nota: Se o output do teu programa contiver valores que não respeitem estes intervalos, o programa obterá o resultado de *Wrong Answer*.

Os casos de teste desta parte do problema estão organizados num único grupo sem quaisquer restrições adicionais:

Grupo	Número de Pontos	Restrições adicionais
1	35	Sem restrições adicionais

Parte II

Depois de serem encontradas várias vulnerabilidades no protocolo anterior, a ONI pediu-te para tentares respeitar uma nova propriedade, que eles julgam ser muito mais segura: para todo o $i > 1$ temos que $\mathbf{B}[i] > \mathbf{B}[i - 1]$ e $\mathbf{C}[i] < \mathbf{C}[i - 1]$. Ou seja, os elementos da chave privada \mathbf{B} têm de estar por ordem estritamente crescente e os elementos da chave privada \mathbf{C} têm de estar por ordem estritamente decrescente.

Dada uma sequência de inteiros \mathbf{A} , encontra duas sequências \mathbf{B} e \mathbf{C} tais que as somas termo a termo coincidam com os elementos de \mathbf{A} e tais que os elementos de \mathbf{B} estejam por ordem estritamente crescente e os elementos de \mathbf{C} por ordem estritamente decrescente.

Exemplo

Se $N = 6$ e $\mathbf{A} = \{0, 7, 3, 2, 2, -100\}$, uma possibilidade para as chaves \mathbf{B} e \mathbf{C} seria, por exemplo, $\mathbf{B} = \{-5, 3, 4, 6, 22, 50\}$ e $\mathbf{C} = \{5, 4, -1, -4, -20, -150\}$.

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta parte que irão ser colocados ao programa:

$$\begin{aligned} 1 \leq N \leq 10^5 & \quad \text{Comprimento da chave} \\ -10^4 \leq \mathbf{A}[i] \leq 10^4 & \quad \text{Tamanho dos inteiros da chave pública} \end{aligned}$$

Para além disso é exigida a seguinte restrição às chaves privadas encontradas:

$$\begin{aligned} -10^9 \leq \mathbf{B}[i] \leq 10^9 & \quad \text{Tamanho dos inteiros da chave privada } \mathbf{B} \\ -10^9 \leq \mathbf{C}[i] \leq 10^9 & \quad \text{Tamanho dos inteiros da chave privada } \mathbf{C} \end{aligned}$$

Os casos de teste desta parte do problema estão organizados num único grupo sem quaisquer restrições adicionais:

Grupo	Número de Pontos	Restrições adicionais
2	15	\mathbf{A} é uma sequência constante (todos os elementos são iguais)
3	15	\mathbf{A} é uma sequência estritamente crescente
4	35	Sem restrições adicionais

Sumário de subtarefas

Os casos de teste do problema estão organizados em quatro grupos com restrições adicionais diferentes:

Grupo	Número de Pontos	Parte	Restrições adicionais
1	35	Parte I	Sem restrições adicionais
2	15	Parte II	\mathbf{A} é uma sequência constante (todos os elementos são iguais)
3	15	Parte II	\mathbf{A} é uma sequência estritamente crescente
4	35	Parte II	Sem restrições adicionais

Formato de Input

A primeira linha contém um inteiro P , correspondente à parte que o caso de teste representa, 1 para a parte I e 2 para a parte II.

A segunda linha contém um inteiro N , que indica o comprimento da chave pública \mathbf{A} . Por fim segue-se uma última linha, contendo N inteiros separados por espaços, que corresponde aos valores de $\mathbf{A}[1], \mathbf{A}[2], \dots, \mathbf{A}[N]$.

Formato de Output

Para cada caso de teste, imprime duas linhas de N inteiros, a primeira contendo os N elementos, por ordem, da chave privada encontrada \mathbf{B} , e a segunda contendo os N elementos, por ordem, da chave privada encontrada \mathbf{C} .

Input do Exemplo 1

```
1
6
0 7 -3 2 2 -100
```

Output do Exemplo 1

```
10 6 3 2 8 15  
-10 1 -6 0 -6 -115
```

Explicação do Exemplo 1

Este exemplo corresponde ao exemplo da Parte I mencionado no enunciado.

Input do Exemplo 2

```
2  
6  
0 7 3 22 -100
```

Output do Exemplo 2

```
-5 3 4 6 22 50  
5 4 -1 -4 -20 -150
```

Explicação do Exemplo 2

Este exemplo corresponde ao exemplo da Parte II mencionado no enunciado.

Input do Exemplo 3

```
2  
8  
0 0 0 0 0 0 0 0
```

Output do Exemplo 3

```
-4 -3 -1 0 1 2 3 8  
4 3 1 0 -1 -2 -3 -8
```

Explicação do Exemplo 3

Este exemplo corresponde ao primeiro grupo da Parte II.

Input do Exemplo 4

```
2
8
1 2 3 4 5 6 7 8
```

Output do Exemplo 4

```
-4 -1 1 4 6 8 11 15
5 3 2 0 -1 -2 -4 -7
```

Explicação do Exemplo 4

Este exemplo corresponde ao segundo grupo da Parte II.

Organização



Alto Patrocínio

Com o Alto Patrocínio
de Sua Excelência



O Presidente da República

Patrocinadores



FUNDAÇÃO
CALOUSTE
GULBENKIAN