Problema B - Influência nas Eleições

Aproxima-se a época de eleições e um certo candidato precisa de apresentar o seu relatório de popularidade aos *média* e à *Organização Nacional de Influência* (ONI). Durante $\boldsymbol{N}$ dias, foi aferida a influência pública deste candidato. Para um dado dia i, a influência $\boldsymbol{I_i}$ é um inteiro que pode oscilar entre valores positivos, negativos ou 0.

Em eleições anteriores, os candidatos eram obrigados a agrupar no relatório de popularidade os seus valores de influência em períodos de duração fixa (por exemplo, agrupá-los em grupos consecutivos de uma semana). No entanto, desta vez os candidatos têm liberdade para fazer o agrupamento que entenderem.

Parte I

Para causar boa impressão mediática, o nosso candidato decidiu mostrar apenas um período contíguo da sua sequência de valores de influência diária, cuja soma de valores é máxima. Ajuda-o a encontrar esse período!

Dada a sequência $\boldsymbol{I_1}, \boldsymbol{I_2}, \ldots, \boldsymbol{I_N}$ de valores de influência diária do candidato durante $\boldsymbol{N}$ dias, determina a maior soma de valores $\boldsymbol{I_i} + \boldsymbol{I_{i+1}} + \cdots + \boldsymbol{I_j}$ $(1 \leq i \leq j \leq \boldsymbol{N})$ numa subsequência contígua não vazia.

Exemplo

Suponhamos que $\boldsymbol{N} = 9$ e a influência pública do candidato em cada dia é:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-2	1	-3	4	-1	2	1	-5	4

Se somarmos, por exemplo, a influência do candidato entre os dias 1 e 3, temos $(-2)+1+(-3) = -4$. Mas, se tomarmos a soma dos valores entre os dias 4 e 7, temos $4 + (-1) + 2 + 1 = 6$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-2	1	-3	4	-1	2	1	-5	4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-2	1	-3	4	-1	2	1	-5	4

É possível ver que 6 é o maior valor que podemos obter ao somar elementos consecutivos da sequência, pelo que a resposta neste caso é 6.

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta parte que irão ser colocados ao programa:

$1 \leq \boldsymbol{N} \leq 10^5$	Número de dias
$-10^9 \leq \boldsymbol{I_i} \leq 10^9$	Influência do candidato no dia i

Os casos de teste desta parte do problema estão organizados em dois grupos com restrições adicionais diferentes:

Grupo	Número de Pontos	Restrições adicionais
1	15	$\boldsymbol{N} \leq 100$
2	25	Sem restrições adicionais

Parte II

Para agradar à ONI, o nosso candidato tem agora de partir a sua sequência de valores de influência diária em períodos contíguos de duração variável, de forma a que a sua **popularidade** em cada período seja estritamente positiva.

A **popularidade** num período é igual à soma dos valores de influência diária nos dias desse período menos a duração (em dias) desse período. Por exemplo, a **popularidade** do período $[1, -4, 2]$ é igual a $(1 + (-4) + 2) - 3 = -4$ e a popularidade do período $[2]$ é igual a $2 - 1 = 1$.

Dada a sequência $\boldsymbol{I_1}, \boldsymbol{I_2}, \ldots, \boldsymbol{I_N}$ de valores de influência diária do candidato durante $\boldsymbol{N}$ dias, ajuda o candidato a determinar de quantas maneiras é possível particionar a sequência em períodos de **popularidade** estritamente positiva. O número total de períodos da partição é irrelevante. Como o número de partições pode ser muito grande, **deves imprimir o resultado módulo $10^9 + 7$** (ver nota abaixo sobre o módulo).

Exemplo

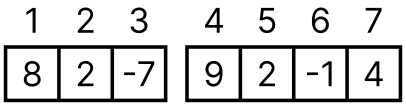
Suponhamos que $\boldsymbol{N} = 7$ e a influência pública do candidato em cada dia é:

1	2	3	4	5	6	7
8	2	-7	9	2	-1	4

Uma partição possível é

1	2	3	4	5	6	7
8	2	-7	9	2	-1	4

pois as popularidades em todos os períodos são positivas: $(8 + 2) - 2 = 8$, $(-7 + 9 + 2) - 3 = 1$ e $(-1 + 4) - 2 = 1$. Por outro lado, a partição



não é válida porque a popularidade do primeiro período é $(8 + 2 - 7) - 3 = 0$.

Restrições

São garantidos os seguintes limites em todos os casos de teste desta parte que irão ser colocados ao programa:

$1 \leq \boldsymbol{N} \leq 10^5$	Número de dias
$-10^9 \leq \boldsymbol{I_i} \leq 10^9$	Influência do candidato no dia i

Os casos de teste desta parte do problema estão organizados em dois grupos com restrições adicionais diferentes:

Grupo	Número de Pontos	Restrições adicionais
3	35	$\boldsymbol{N} \leq 1000$
4	25	Sem restrições adicionais

Nota sobre o módulo

O operador módulo em C/C++/Java/Python é o símbolo %. Em Pascal o operador é a expressão `mod`. Algumas propriedades importantes sobre este operador que podem ser úteis para a vossa solução:

- `(a + b) % n` é igual a `((a % n) + (b % n)) % n`
- `(a - b) % n` é igual a `((a % n) - (b % n) + n) % n`
- `(a * b) % n` é igual a `((a % n) * (b % n)) % n`

Sumário de subtarefas

Os casos de teste do problema estão organizados em quatro grupos com restrições adicionais diferentes:

Grupo	Número de Pontos	Parte	Restrições adicionais
1	15	Parte I	$\boldsymbol{N} \leq 100$
2	25	Parte I	Sem restrições adicionais
3	35	Parte II	$\boldsymbol{N} \leq 1000$
4	25	Parte II	Sem restrições adicionais

Formato de Input

A primeira linha contém um inteiro $\boldsymbol{P}$, correspondente à parte que o caso de teste representa. Se for 1, então o caso de teste refere-se à Parte I, se for 2 então refere-se à Parte II. Independentemente da parte, o input tem o mesmo formato.

A segunda linha contém um inteiro $\boldsymbol{N}$, que indica o número de dias. Por fim segue-se uma última linha, contendo $\boldsymbol{N}$ inteiros, que corresponde aos valores de influência diária do candidato $\boldsymbol{I_1}, \boldsymbol{I_2}, \ldots, \boldsymbol{I_N}$.

Formato de Output

Parte I

O output deve conter um inteiro: a maior soma de valores de influência de uma subsequência contígua não vazia dos $\boldsymbol{N}$ dias.

Parte II

O output deve conter um inteiro: o número de maneiras de particionar os $\boldsymbol{N}$ dias em subsequências contíguas de **popularidade** estritamente positiva, **módulo $10^9 + 7$**.

Input do Exemplo 1

```
1
9
-2 1 -3 4 -1 2 1 -5 4
```

Output do Exemplo 1

```
6
```

Explicação do Exemplo 1

Este exemplo corresponde ao exemplo da Parte I mencionado no enunciado.

Input do Exemplo 2

```
2
7
8 2 -7 9 2 -1 4
```

Output do Exemplo 2

```
13
```

Explicação do Exemplo 2

Este exemplo corresponde ao exemplo da Parte II mencionado no enunciado.

Organização

APDSI U.PORTO FC FACULDADE DE CIÊNCIAS UNIVERSIDADE DO PORTO PRINCETON UNIVERSITY

Alto Patrocínio

Com o Alto Patrocínio de Sua Excelência O Presidente da República

Patrocinadores

CIÊNCIA VIVA Agência Nacional para a Cultura Científica e Tecnológica FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN