Aulas teórico-práticas de Programação Estruturada

Folha de exercícios número 2

2000/2001

1. *Dos tiros nasce a área ...*
   Considere uma função real de variável real $f(x)$ que é não-negativa no intervalo $[a, b]$. Pretende-se calcular o valor aproximado da área compreendida entre o eixo dos x e a função $f(x)$ utilizando o seguinte processo, onde h é um majorante do valor da função nesse intervalo:

   – Geram-se n pares de inteiros aleatórios (x_i, y_i) com $a \leq x_i \leq b$ e $0 \leq y_i \leq h$.

   – Contam-se quantos desses pontos estão "debaixo da função", isto é, satisfazem $y_i < f(x_i)$. Seja d esse número.

   – A área `area` pretendida é definida por (*Porquê?*)

   $$\frac{\texttt{area}}{(b-a)h} \approx \frac{m}{n}$$

   (a) Escreva uma função com o protótipo

   ```
   double aletor(double a,double b);
   ```

   que dá como resultado um real aleatório compreendido entre `a` e `b`. Pode utilizar a função `rand()` que retorna um inteiro compreendido entre 0 e `RAND_MAX`.
   Teste essa função. Utilize `srand()` para que a sequência de aleatórios varie cada vez que se corre o programa.

   (b) Escreva o programa pretendido; os dados fornecidos pelo utilizador são: `a`, `b` e `h`. Utilize como exemplo a função $|\sin(x)|$.

   (c) Como pode imaginar, o resultado deste programa é aproximado e dependente do número n de pares de pontos gerados. Escreva um programa que para o caso

   $$f(x) = sin(x),\ \texttt{a} = 0,\ \texttt{b} = \pi,\ \texttt{h} = 0$$

   e para os sucessivos valores de `n`$= 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000$ imprima o erro médio dado calculado a partir de um conjunto de `t`=1000 tentativas.
   <u>Notas</u> (i) Deve existir uma função `area(...)` que retorna o valor aproximado da área, (ii) Para cada valor de `n` essa função é chamada 1000 vezes com vista a determinar um valor aproximado do erro, (iii) O valor exacto (talvez já saiba) é 2, (iv) A função $sin(x)$ (com x em radianos) existe em linguagem C. (v) As constantes envolvidas (valores de `n`, `a`, `t` ...) devem ser definidas simbólicamente; em particular, os valores de `n` devem ser dados por um vector convenientemente inicializado.

   (d) É capaz de fazer alguma conjectura sobre a variação do erro médio com `n`?

2. *Dar as cartas*

   (a) O seguinte programa gera uma das combinações aleatórias dos inteiros $1, \ldots, n$, tomados m a m.

   ```
   j=0
   while j<m {
     r = random(1,n);
     if r not in v[1],...,v[j] {
       j=j+1;
       v[j]=r
     }
   ```

   Este programa tem um defeito grave: torna-se muito lento quando m é próximo (e não superior a n (porquê?), nem sequer parando no pior caso (porquê?). Descreva e implemente em linguagem C um algoritmo com o mesmo fim mas com um tempo de execução constante; mesmo no pior caso, deve ser rápido.

   (b) Adapte o algoritmo que definiu na alínea anterior para se obter a geração aleatória de quatro "mãos" de 13 cartas (de um baralho de 52 cartas). O resultado deve ser do seguinte tipo:

   ```
   1:
        ás de     paus
     duque de    ouros
     terno de    copas
    quadra de  espadas
         5 de     paus
         6 de    ouros
         7 de    copas
         8 de  espadas
         9 de     paus
        10 de    ouros
    valete de    copas
      dama de  espadas
       rei de     paus
   2:
        ás de    ouros
     duque de    copas
     terno de  espadas
    quadra de     paus
         5 de    ouros
         6 de    copas
         7 de  espadas
         ...
   ```