

Complemento ao exercício 3 da folha

Problema da "maioria"

Pretende-se provar por indução em i correcção do seguinte algoritmo.

x - único candidato a maioria (0 não existe)

c - número de votos em x

```
1 def maioria(v[1..n])
2   x=v[1]; c=1
3   for i=2 to n:
4     |if c>0:
5     |   if v[i]=x: c=c+1
6     |   else:     c=c-1
7     |else:
8     |   x=v[i];   c=1
9     |if c=0: return -1 // não existe maioria
10  c=0
11  for i=1 to n:
12    |if v[i]=x: c=c+1
13    |if c>n/2.0: return x
14  return (-1)
```

Exercício. Provar (indução em i) que a seguinte proposição é um invariante do ciclo (3)..(8).

PROP(i): -

Se há maioria em $v[1..i]$

- quem ganhou foi x com $c>0$ votos, incluindo os que se descontaram
- se $c=0$ não há maioria em $v[1..i]$

Nota. Se $c>0$ pode haver ou não maioria em $v[1..i]$

Exemplo, $v = [2,5,6,6,5,5,1,5,5]$

v	x	c	
2	2	1	
5	2	0	
6	6	1	
6	6	2	
5	6	1	
5	6	0	
1	1	1	<----- c>0 mas não há maioria em v[1..7]
5	1	0	<----- c=0 ==> não há maioria em v[1..8]
5	5	1	<----- c>0 e há maioria (x=5) em v[1..9]