

Complexidade – prova 2

Nome:

NMEC:

Notas. - A prova tem 4 questões. - A duração da prova é 50 minutos. - “rec”, “r.e.”, “co-r.e.”, “dec”, “s-dec”, “co-s-dec”, “ $\bar{\pi}$ ” “PR”, são abreviaturas respectivamente de “recursiva”, “recursivamente enumerável”, “complementar de recursivamente enumerável”, “decidível”, “semi-decidível”, “complementar de semi-decidível”, “complementar do problema de decisão π ”, classe das funções definidas por recursão primitiva. - “Indecidível” quer dizer “não decidível”. - Pode usar o facto de PAP ser s-dec mas não dec (portanto não é co-s-dec).

1. Perguntas.

Nota importante: Escreva V ou F dentro do quadrado respectivo. Cada quadrado: 100% se resposta certa, 0% se não responde, -100% se resposta errada.

- Todo o problema de decisão semi-decidível também é decidível. ☐ F
- A função $f(x, y) = xy + 2$ pode ser implementada em linguagem FOR, mas não em linguagem WHILE. ☐ F
- Se uma função pertence à classe PR, então pode ser implementada com um programa WHILE. ☐ V
- O seguinte programa WHILE implementa a função totalmente indefinida $\uparrow(x)$
“while x {}” ☐ F
- O seguinte programa FOR implementa a função $f(x, y) = 1$ se $y > x$ e $f(x, y) = 0$ se $y \leq x$.
“for x {dec y}; for y {dec x0; inc x0}” ☐ V
- O Teorema de Post implica que uma linguagem recursiva é r.e. ☐ V
- Se π é um problema s-dec, L_π é uma linguagem co-r.e. ☐ F
- O problema “dado $i \in \mathbb{N}$, $\{i\}(i) \uparrow$?” é s-dec. ☐ F
- Pelo Teorema de Rice pode concluir-se que o problema “dado $i \in \mathbb{N}$, a função $\{i\}(x)$ está definida para uma infinidade de valores de x ?” é co-s-dec. ☐ F

2. Implemente em linguagem FOR o predicado $x \geq y + 1$, isto é, a função $f(x, y)$ tal que $f(x, y) = 1$ se $x \geq y + 1$ e $f(x, y) = 0$ caso contrário.

Resp.

A CONDIÇÃO $x \geq y + 1$ É EQUIVALENTE A $x > y$.

```
for y {dec x}  
for x {dec x0; inc x0}
```



3. Usando a caracterização indutiva da classe de funções PR, mostre que a função $f(x, y, z) = y + 1$ pertence a essa classe.

Resp. TEMOS

$$f(x, y, z) = y + 1 = s(y) = s(\pi_2^3(x, y, z))$$

LOGO $f \equiv \text{comp}_3^1(s, \pi_2^3)$; COMO $s \in \text{PR}$ E $\pi_2^3 \in \text{PR}$ (SÃO AMBAS FUNÇÕES DE BASE), TEMOS, USANDO A REGRA DA COMPOSIÇÃO, QUE TAMBÉM É $f \in \text{PR}$.

4. Mostre que o problema seguinte $(\pi) \boxed{\text{DADO: inteiro } i \in \mathbb{N}, \text{ PERGUNTA: } \{i\}(x) \downarrow \text{ sse } x \text{ é par?}}$ não é s-dec. **Nota.** Relembra-se que: A é s-dec sse $\overline{A}$ é co-s-dec.

Que redução vai utilizar (a redução deve envolver os problemas PAP e ϕ (ou os seus complementares))? $\text{PAP} \leq \overline{\pi}$

Especificação da redução (com justificação) e argumento que mostra que A não é s-dec.

Resp. A REDUÇÃO INDICADA, $\text{PAP} \leq \overline{\pi}$, MOSTRA QUE $\overline{\pi}$ NÃO É CO-S-DEC, POIS, SE FOSSE, PAP TAMBÉM SERIA CO-S-DEC (E PAP NÃO É CO-S-DEC, UMA VEZ QUE, SENDO INDECIDÍVEL NÃO PODE SER SIMULTANEAMENTE S-DEC E CO-S-DEC).

AGORA MOSTREMOS QUE $\text{PAP} \leq \overline{\pi}$; A CADA INSTÂNCIA i DE PAP VAMOS FAZER CORRESPONDER ATRAVÉS DE UMA FUNÇÃO f COMPUTÁVEL TOTAL, UMA INSTÂNCIA $j = f(i)$ DE $\overline{\pi}$ TAL QUE

$$\begin{array}{ll} i \in L_{\text{PAP}} & \text{SSE } j \in L_{\overline{\pi}} \\ \{i\}(i) \downarrow & \text{SSE } \neg(\{j\}(x) \downarrow \text{ SSE } x \text{ é PAR}) \end{array}$$

A MÁQUINA DE TURING j , QUE DEPENDE DE i , TEM COMO DADOS x E TEM O SEGUINTE COMPORTAMENTO:

- SE x É PAR, A MÁQUINA PÁRA.
- SE x É ÍMPAR
 - APAGA A FITA
 - ESCRVE i NA FITA
 - ENTRA NA COMPUTAÇÃO $\{i\}(i)$

$\Rightarrow$ SE $\{i\}(i) \downarrow$, A MÁQUINA DE ÍNDICE j PÁRA PARA TODO O x , PORTANTO NÃO É VERDADE QUE PÁRA SSE x É PAR.

$\Leftarrow$ SE $\{i\}(i) \uparrow$, A MÁQUINA DE ÍNDICE j PÁRA SSE x É PAR, PORTANTO NÃO SE VERIFICA $\neg(\{j\}(x) \downarrow \text{ SSE } x \text{ é PAR})$.