Estruturas de Dados e Algoritmos – Exame fictício[1] – 2000/2001

<u>Nota</u> Todas as implementações devem usar a linguagem C ou C++.

---

1. *Intersecção, 3v*
   Dois conjuntos são representados pelos elementos contidos em 2 vectores globais:

   `int na,a[ ], nb,b[ ];`

   estando o vector `b[ ]` ordenado por ordem crescente. Implemente uma função com o protótipo "`void interseccao(void);`" que liste os elementos comuns aos 2 vectores. Nenhum dos vectores contém elementos repetidos. A eficiência deve ser $O(n \log n)$ onde $n = \max\{\mathtt{na}, \mathtt{nb}\}$.

2. *Recorrente..., 2v*
   Da análise de um algoritmo concluiu-se que o número de comparações efectuadas $c(n)$ satisfaz

   $$\begin{cases} c(1) = 1 \\ c(2n) \leq 2c(n) + 2n \end{cases}$$

   Resolva a recorrência, isto é apresente uma forma fechada para o majorante de $c(n)$ para valores de n que sejam potências de 2. Demonstre por indução finita que a fórmula apresentada é a solução da recorrência.

3. *2-3, 2v*
   (a) Defina árvore 2-3.
   (b) A partir de uma árvore 2-3 vazia inseriram-se por esta ordem os elementos 7, 10, 20, 12, 1, 4, 2, 3 e 6. Represente a árvore resultante.

4. *Lista de sucessores, 4v*
   (a) Descreva (em linguagem C) estruturas de informação apropriadas para a representação de um grafo dirigido por uma *lista de sucessores.*
   (b) Qual a ordem de grandeza (no pior caso e em função de $n = |V|$ e $m = |E|$) das funções que respondem às seguintes perguntas, estando o grafo representado por uma lista de sucessores: (i) Dado x e y, existe ramo (x, y)? (ii) Dado x e y, existe ramo (y, x)? (iii) Dado x existe algum y que seja sucessor imediato de x? (iv) Dado x, quantos ramos da forma (x, y) existem?
   (c) Escreva um programa que converta uma representação de um grafo dirigido como lista de sucessores (de acordo com a resposta à alínea 4a) numa matriz das adjacências.

5. *À procura..., 4v* (valorização)
   São dados dois "strings" x e y. Pretende-se implementar uma função que retorna i se os símbolos de x ocorrem pela mesma ordem (mas não necessariamente de forma contígua) em y, sendo i o índice do primeiro símbolo de y onde se inicia uma correspondência com x da forma pretendida ou -1 se não existe tal correspondência. Entre 2 ocorrências sucessivas de símbolos de x em y não pode haver mais do que uma "casa" de intervalo.
   <u>Exemplo</u>

   ```
           0  1  2  3  4  5  6  7  8  9
   y:      c  c  a  b  d  c  a  d  a  b
   x:      a  b  c  d
   ```

   Neste caso a resposta é 2:

   ```
           0  1  2  3  4  5  6  7  8  9
   y:      c  c  a  b  d  c  a  d  a  b
                 -  -     -     -
   ```

   Se fosse, para o mesmo y, $x =$`ac` a resposta seria -1: note que entre o "`a`" e o "`c`" da subpalavra "`a b d c`" (de y) existem 2 casas de intervalo. O programa deve ser tão simples quanto possível (como sempre!) e não pode usar funções do sistema; escolha com cuidado os parâmetros da função.

---

[1] <u>Notas:</u> (i) É necessário obter pelo menos 75% da cotação do problema 1. (ii) Com este exame "modelo" pretende-se apenas dar uma ideia (e apenas isso) da forma do exame final. (iii) Valorização do exame: 15 valores, valorização dos trabalhos submetidos: 5 valores. (iv) Independentemente da nota dos trabalhos, o aluno deve obter uma nota mínima no exame final de 6 valores (em 15). (v) O exame final é sem consulta a sua duração é de 2h:00m.