Estruturas de Dados e Algoritmos

Folha de exercícios número 1

2000/2001

1. Suponha que as únicas operações aritméticas disponívéis são `suc(x)` (o resultado é `x+1`) e `pred(x)` (o resultado é `x-1` e só é chamada se `x`≥ 1) e que a única comparação disponível é `zero(x)` (o resultado é `1` se `x=0` e `0` se `x`$\neq$`0`). Pretende-se implementar um programa que imprima o produto de 2 inteiros dados. Não é permitido o uso de ciclos.

   O programa deve ter a seguinte estrutura

   ```
   // Protótipos...
   main(){ // lê os inteiros e chama "mult"
   }
   int mult(int a, int b){ //  retorna a*b;
   }
   int soma(int a, int b){ //  retorna a+b;
   }
   int succ(int a)...
   int pred(int a)...
   int zero(int a)...
   ```

   (a) Implemente e teste o programa pretendido. O programa deve ser escrito de cima para baixo.

   (b) Altere o programa que escreveu por forma a contar o número de vezes que é chamada a função `succ` e a função `zero`.

   (c) [Papel] Seja $c(b)$ (só depende de b) o número de vezes que, durante uma chamada `soma(a,b)`, é chamada a função `succ`? Mostre que $c(b)$ satisfaz a recorrência

   $$\begin{cases} c(0) = 0 \\ c(b+1) = c(b) + 1 \quad \text{para } b \geq 0 \end{cases}$$

   Resolva a recorrência, isto é, determine uma forma fechada para $c(b)$.

   (d) [Papel] Seja $c(a,b)$ o número de vezes que, durante uma chamada `mult(a,b)`, é chamada a função `succ`? Determine uma recorrência que $c(a,b)$ satisfaz. Essa recorrência é da forma

   $$\begin{cases} c(a,0) = \cdots & \text{para todo o } a \geq 0 \\ c(a,b+1) = \cdots & \text{pode envolver } a \end{cases}$$

   Resolva a recorrência.