Estruturas de Dados e Algoritmos

Folha de exercícios número 6

2000/2001

Nota Antes de começar a resolver o prmeiro problema, leia o enunciado completo desta folha. Assim poderá poupar muito trabalho.

A expansão decimal de $\frac{1100}{56}$ é

$$\frac{1100}{56} = 19.6\,428571\,428571\cdots$$

em que o grupo 428571 se repete sempre. Esta forma é geral, isto é, quaisquer que sejam os inteiros $n \geq 0$ e $d \geq 1$, temos

$$\frac{n}{d} = \text{dígitos.dígitos(dígitos)}$$

onde a colocação entre parênteses curvos significa repetição infinita.
Outros exemplos

$$\frac{110}{8} = 13.75(0) \quad \frac{300}{31} = 9.(677419354838709) \quad \frac{0}{2} = 0.(0)$$

Os *grupos repetitivos* são respectivamente 0, 677419354838709 e 0. Por definição, grupo repetitivo é a sequência mínima de dígitos da parte decimal que está o mais à esquerda possível e se repete indefinidamente.

1. Qual é o grupo repetitivo de $321.32121212121\cdots$?

2. Escreva um programa que leia os inteiros $n \geq 0$, $d \geq 1$ e dê como resultado a expansão decimal de $\frac{n}{d}$ na forma indicada. Exemlo

   Dado: `1100`, `56`; resultado: `19.6(428571)`

   Sugestão Comece por efectuar manualmente uma divisão como, por exemplo, 10/7 e tente descobrir um método para a determinação do grupo repetitivo.

3. Escreva um programa que leia os inteiros $n \geq 0$, $d \geq 1$ e dê como resultado o comprimento do grupo repetitivo correspondente.

4. Escreva um programa que determine um par de inteiros (n, d) com $1 \leq n, d \leq 100$ tal que o grupo repetitivo correspondente a $\frac{n}{d}$ tenha comprimento máximo, bem como o comprimento desse grupo.

5. Suponha agora que se está a trabalhar na base 2. Resolva de novo as alíneas 2, 3 e 4.

¶6. Escreva um programa que leia uma expansão decimal na forma indicada e calcule n e d tais que $\frac{n}{d}$ tenha essa expansão.
Notas (i) A expressão $a.b(x)$ é dada pelos 3 inteiros a, b e x, convencionando-se que $b = -1$ se a parte b não existe.
(ii) Pode supor que os inteiros envolvidos não são demasiado grandes.
(iii) A fracção (resultado do programa) deve estar simplificada — exemplo `30/7` e não `270/63`.
Exemplo de uma conversão: seja por exemplo, $r = 0.(x)$ e $n = |x|$ (número de dígitos). Note que temos $10^n \times r - r = x$ (porquê?), donde $r = x/(10^n - 1)$.