Estruturas de Dados e Algoritmos

Folha de exercícios número 11

2000/2001

Considere o problema de averiguar se um grafo não dirigido tem ciclos simples de comprimento ímpar.

1. Antes de implementar o programa correspondente, comece por demonstrar o seguinte resultado: um grafo não dirigido tem ciclos simples de comprimento ímpar sse puder ser colorido com 2 cores; entende-se "colorir um grafo não dirigido com 2 cores" atribuir a cada vértice `v` uma cor `c[v]` $\in \{1, 2\}$ por forma que

   $$(a, b) \in E \;\Rightarrow\; \texttt{c[a]} \neq \texttt{c[b]}$$

   Efectue a sua demonstração em duas partes:

   (a) Mostre que se um grafo tem um ciclo de comprimento ímpar então não pode ser colorido com 2 cores.

   (b) Mostre que se um grafo não pode ser colorido com 2 cores então existe um ciclo de comprimento ímpar. Para isso, considere um processo de coloração apropriado[1] que termine numa impossibilidade: existe um vértice de uma cor que liga a outro vértice que já foi colorido com a mesma cor.

2. Implemente em linguagem C o programa que determina se existem ciclos de comprimento ímpar, determinando de facto se pode ser colorido com 2 cores.

   (a) Defina e inicialize a matriz das adjacências (com um grafo "exemplo").

   (b) Implemente as funções "`main( )`" e "`boolean cor(int v)`". Note que o grafo pode não ser conexo.

3. Determine, em função do número n de vértices, a ordem de grandeza do tempo de execução do algoritmo.

4. Escreva um programa para determinar se um grafo não dirigido pode ser colorido com 3 cores; este programa vai ter necessariamente um tempo de execução de ordem muito superior.

[1] Atribui-se uma cor a a um vértice 1, a cor b aos vértices que ligam a 1, a cor a aos vértices que liga a esses, etc.