

Inferência em Redes de Crenças

- Sejam Z_i pais de Y_i e z_i , um conj de valores para Z_i .

$$\mathbf{P}(E_X^- | X) = \prod_i \mathbf{P}(E_{Y_i|X}^- | X)$$

$$\mathbf{P}(E_X^- | X) = \prod_i \sum_{y_i} \sum_{z_i} \mathbf{P}(E_{Y_i|X}^- | X, y_i, z_i) \mathbf{P}(y_i, z_i | X)$$

- Decompondo $E_{Y_i|X}$ em dois componentes independentes $E_{Y_i}^+$ e $E_{Y_i|X}^-$

$$\mathbf{P}(E_X^- | X) = \prod_i \sum_{y_i} \sum_{z_i} \mathbf{P}(E_{Y_i}^- | X, y_i, z_i) \mathbf{P}(E_{Y_i|X}^+ | X, y_i, z_i) \mathbf{P}(y_i, z_i | X)$$

$$\mathbf{P}(E_X^- | X) = \prod_i \sum_{y_i} \mathbf{P}(E_{Y_i}^- | y_i) \sum_{z_i} \mathbf{P}(E_{Y_i|X}^+ | z_i) \mathbf{P}(y_i, z_i | X)$$

Inferência em Redes de Crenças

- Aplicando Bayes a $\mathbf{P}(E_{Y_i}^+ | X | z_i)$:

$$\mathbf{P}(X | E_X^-) = \prod_i \sum_{y_i} \mathbf{P}(E_{Y_i}^- | y_i) \sum_{z_i} \frac{P(z_i | E_{Y_i}^+ | X) P(E_{Y_i}^+ | X)}{P(z_i)} \mathbf{P}(y_i, z_i | X)$$

...

$$\mathbf{P}(X | E_X^-) = \beta \prod_i \sum_{y_i} P(E_{Y_i}^- | y_i) \sum_{z_i} P(y_i | X, z_i) \prod_{z_i} P(z_{ij} | E_{Z_{ij}|Y_i})$$

- $P(E_{Y_i}^- | y_i)$ é uma instância recursiva de $P(E_X^- | X)$.
- $P(y_i | X, z_i)$ é tirada diretamente da TPC de Y_i .
- $P(z_{ij} | E_{Z_{ij}|Y_i})$ é uma instância recursiva de $P(X | E)$.

Inferência em Redes de Crenças

function BELIEF-NET-ASK(X) **returns** a probability distribution over the values of X

inputs: X , a random variable

SUPPORT-EXCEPT(X , *null*)

function SUPPORT-EXCEPT(X , V) **returns** $\mathbf{P}(X|E_{X \setminus V})$

if EVIDENCE?(X) **then return** observed point distribution for X

else

calculate $\mathbf{P}(E_{X \setminus V}^-|X) = \text{EVIDENCE-EXCEPT}(X, V)$

$U \leftarrow \text{PARENTS}[X]$

if U is empty

then return $\alpha \mathbf{P}(E_{X \setminus V}^-|X) \mathbf{P}(X)$

else

for each U_i **in** U

calculate and store $\mathbf{P}(U_i|E_{U_i \setminus X}) = \text{SUPPORT-EXCEPT}(U_i, X)$

return $\alpha \mathbf{P}(E_{X \setminus V}^-|X) \sum_{\mathbf{u}} \mathbf{P}(X|\mathbf{u}) \prod_i \mathbf{P}(U_i|E_{u_i \setminus X})$

function EVIDENCE-EXCEPT(X , V) **returns** $\mathbf{P}(E_{X \setminus V}^-|X)$

$Y \leftarrow \text{CHILDREN}[X] - V$

if Y is empty

then return a uniform distribution

else

for each Y_i **in** Y **do**

calculate $\mathbf{P}(E_{Y_i}^-|y_i) = \text{EVIDENCE-EXCEPT}(Y_i, \text{null})$

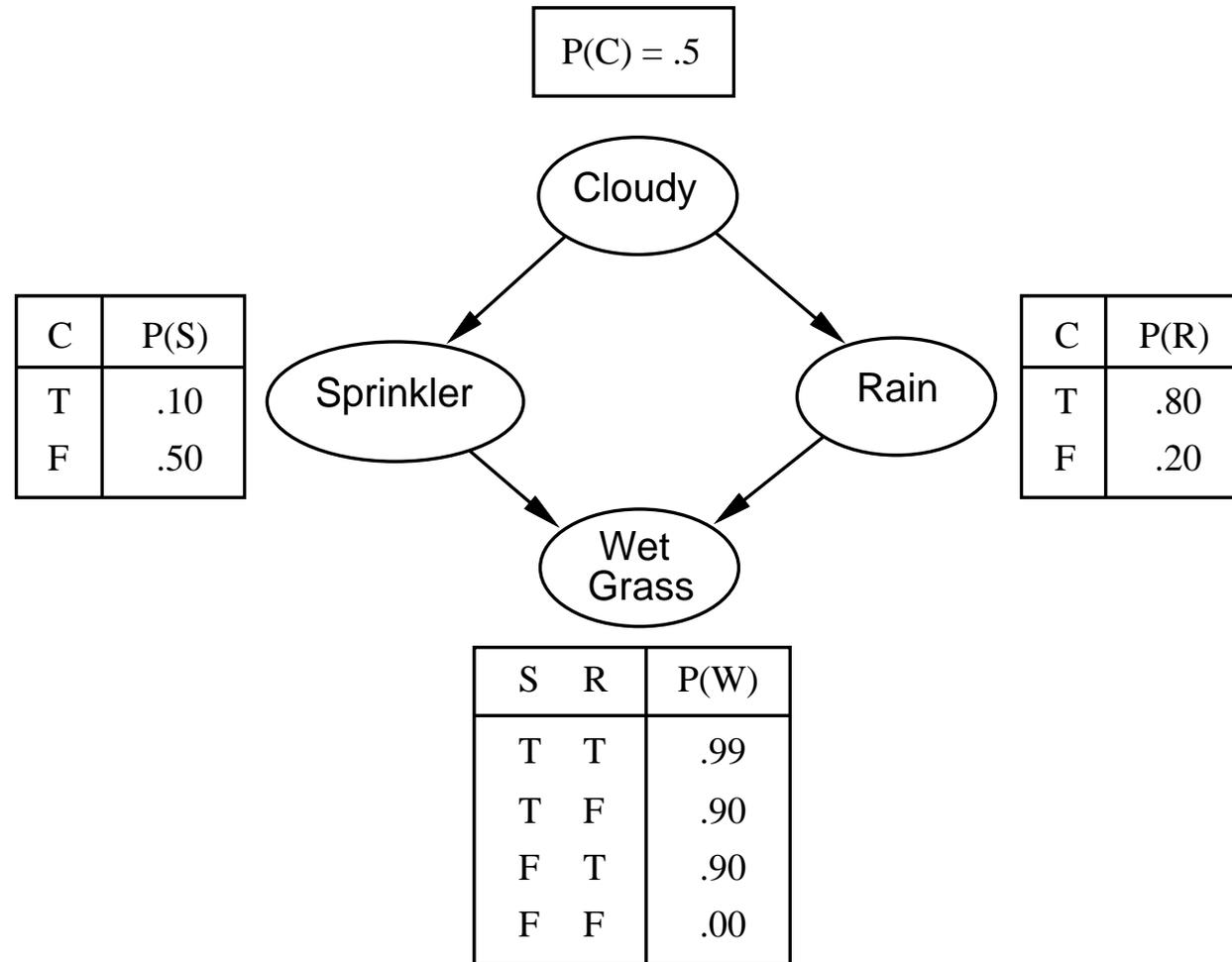
$Z_i \leftarrow \text{PARENTS}[Y_i] - X$

for each Z_{ij} **in** Z_i

calculate $\mathbf{P}(Z_{ij}|E_{Z_{ij} \setminus Y_i}) = \text{SUPPORT-EXCEPT}(Z_{ij}, Y_i)$

return $\beta \prod_i \sum_{y_i} P(E_{Y_i}^-|y_i) \sum_{\mathbf{z}_i} \mathbf{P}(y_i|X, \mathbf{z}_i) \prod_j P(z_{ij}|E_{Z_{ij} \setminus Y_i})$

Inferência em Redes de Crenças Multiplamente conectadas



Inferência em Redes de Crenças Multiplamente conectadas

- Três classes de algoritmos:
 - **Clustering**: transforma a rede em uma poli-árvore probabilisticamente equivalente, mas com topologia diferente.
 - **Condicionamento**: oposto de clustering, transforma a rede em várias poli-árvores através da instanciação de valores para as variáveis aleatórias. Avalia a poli-árvore para cada instância diferente.
 - **Simulação estocástica** (ou amostragem lógica): calcula uma prob aproximada através de simulações repetidas do mundo descrito pela rede, observando a frequência com que eventos relevantes acontecem.
 - Em geral: inferência exata em redes de crenças é um problema NP-difícil.

Inferência em Redes de Crenças

$$P(C) = .5$$

Cloudy

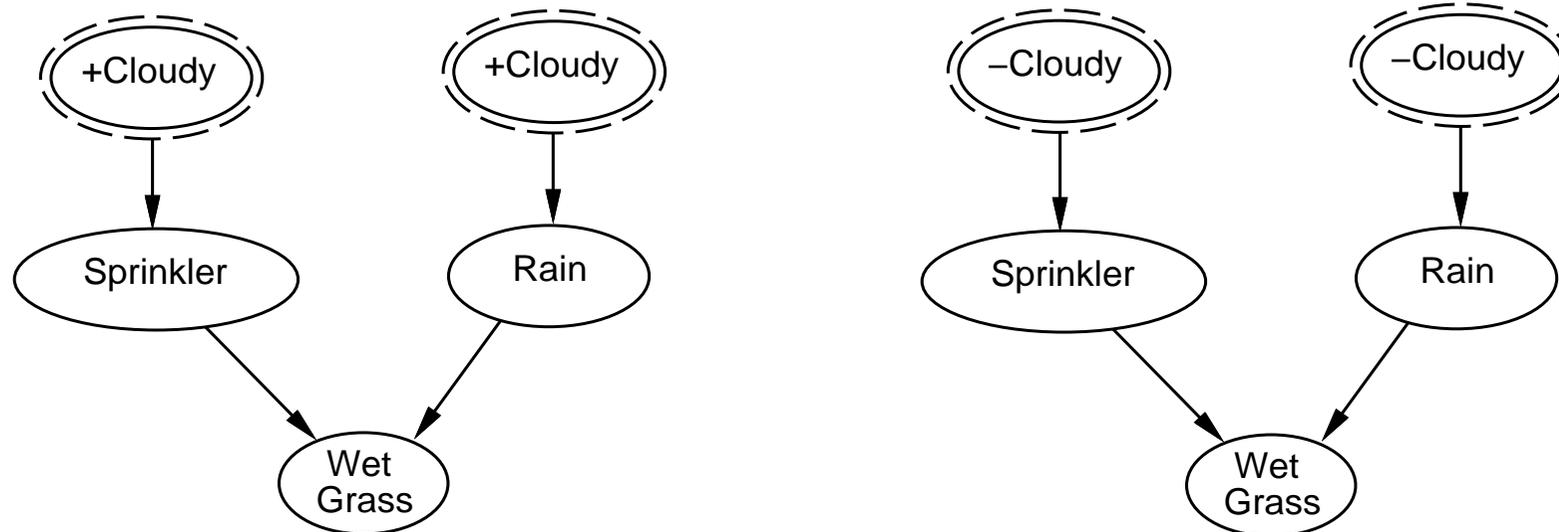
Spr+Rain

Wet
Grass

S+R	P(W)
T T	.99
T F	.90
F T	.90
F F	.00

C	P(S+R=x)			
	TT	TF	FT	FF
T	.08	.02	.72	.18
F	.40	.10	.40	.10

Inferência em Redes de Crenças



Engenharia do Conhecimento para Raciocínio Probabilístico

- Decidir sobre o que falar.
- Decidir sobre o vocabulário de variáveis aleatórias.
- Codificar o conhecimento sobre as relações de dependências entre as variáveis.
- Codificar uma descrição de uma instância específica do problema.
- Colocar consultas ao procedimento de inferência.
- Estudo de caso: Pathfinder, leitura p/ casa!

Outras Abordagens

- Por que? Falta de credibilidade em métodos probabilísticos para solução de problemas devido ao crescimento exponencial das tabelas e algoritmos de redes de crenças ainda não conhecidos.
- Probabilidade é numérica (!). Raciocínio humano é mais “qualitativo” que “quantitativo”. Principal abordagem qualitativa: **default reasoning**, conclusões não são confiáveis com certo grau, mas acreditadas até que uma razão melhor é encontrada para acreditar em outra coisa.
- Sistemas **baseados em regras**: baseados em sistemas lógicos baseados em regras, mas com anotações nos programas para representar incerteza.

Outras Abordagens

- **Dempster-Shafter theory:** utiliza graus de confiança em intervalos (além de tratar de incerteza, trata de ignorância).
- **Lógica Nebulosa:** representa o conhecimento “vago”. Um evento pode ser +/- verdadeiro. Por exemplo, $T(A \wedge B) = \min(T(A), T(B))$, onde T é uma função de verdade nebulosa. $T(A \vee \neg A) \neq T(True)$. Ex de linguagem: FRIL (Univ of Bristol, Jim Baldwin, Lotfi Zadeh).