

## **Outros Métodos de Procura**

## Exemplos de Aplicações

- Jogo dos oito :-)
- Mundo dos blocos (ex: torre de Hanoi)
- Problema das n-rainhas
- Criptoaritmética
- Missionários e Canibais
- Resta-um
- e muitos outros...

## n-Rainhas

- Problema: posicionar  $n$  rainhas em um tabuleiro  $n \times n$  de forma que nenhuma das rainhas se ataque nas diagonais, linhas ou colunas.
- 2 formas de se resolver o problema: incremental e completo
- Possíveis estados (a) e jogadas (b):
  1. – a) qq arranjo de 0 a 8 rainhas no tabuleiro  
– b) adicionar 1 rainha a qq posição do tabuleiro
  2. – a) arranjos de 0 a 8 rainhas com nenhuma em posição de ataque  
– b) colocar 1 rainha na próxima coluna vazia mais à esquerda de forma que não seja atacada por outra rainha
  3. – a) arranjos de 8 rainhas, 1 em cada coluna  
– b) mover qq rainha atacada para outra posição na mesma coluna

## Criptoaritmética

FORTY	SOLUCAO	
+ TEN	29786	com: F = 2
+ TEN	850	0 = 9
-----	850	R = 7 etc
SIXTY	-----	
	31486	

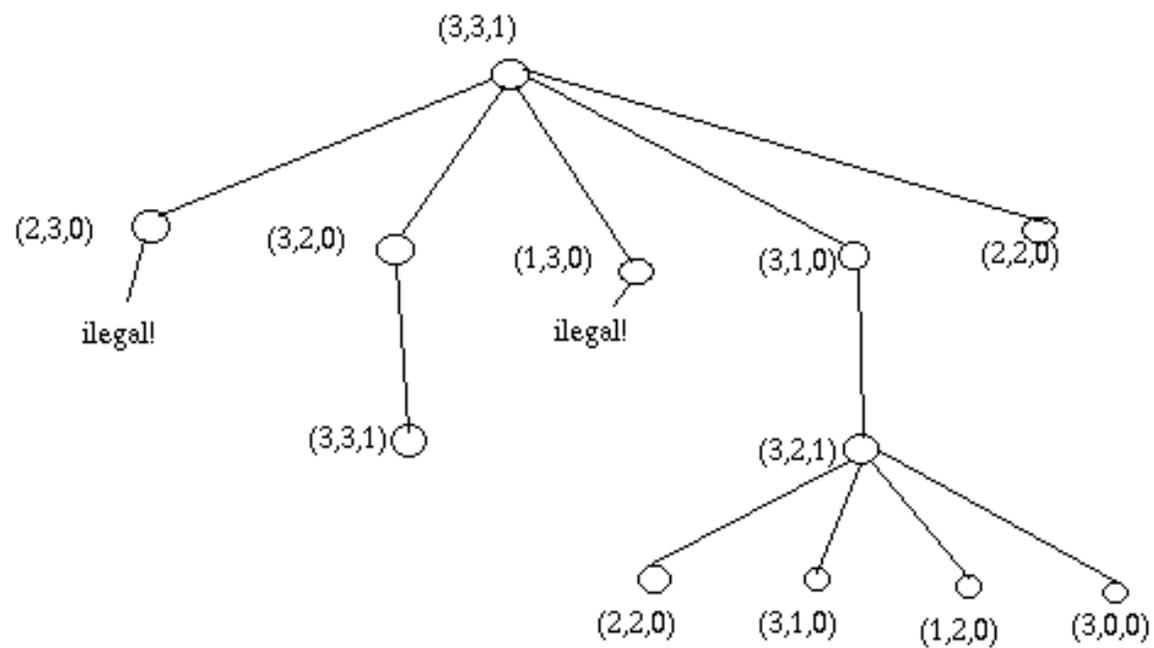
## Criptoaritmética

- estados: conjunto de letras que são substituídas por dígitos
- operadores: substituir todas as ocorrências de uma letra por um dígito que ainda não tenha aparecido
- possíveis regras de seleção dos dígitos: ordem alfabética para evitar repetições, seleção mais restrita respeitando as operações aritméticas
- estado final: jogo contém somente dígitos e representa uma soma correta
- custo da solução: zero

## Missionários e Canibais

- 3 missionários e 3 canibais estão na margem de um rio com um bote onde cabem, no máximo, 2 pessoas.
- Problema: encontrar uma forma de passar todos para a outra margem sem nunca deixar um grupo de missionários em uma margem com um número maior de canibais.
- estados: qq seqüência ordenada de 3 números representando o no. de missionários, canibais e botes na margem do rio.
- estado inicial: (3,3,1)
- estado final: (0,0,0)
- custo: número de travessias no rio.
- regras: tirar 1 missionário, tirar 1 canibal, tirar 2 canibais etc...

## Missionários e Canibais



## Sistemas de Produção

- Elementos principais de um sistema de produção em IA:
  - bancos de dados global
  - regras de produção ou restrições
  - sistema de controle

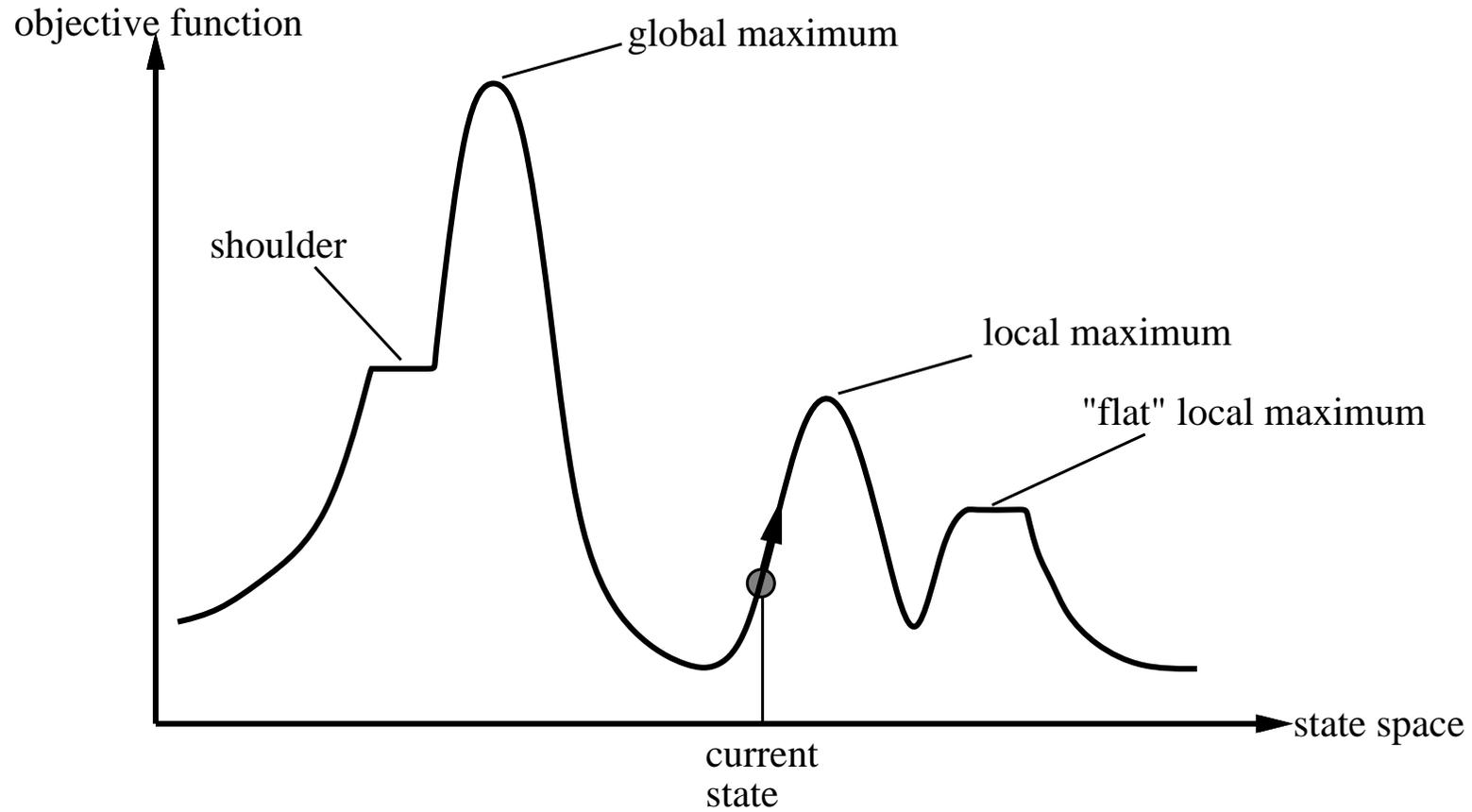
## Estratégias de controle

- irrevogáveis: nunca retornam por um caminho já explorado
- tentativa: “backtracking” (métodos não informados e informados).

## Algoritmos de Melhoramento Iterativo

- Utilizados em problemas cuja descrição já contém toda a informação para encontrar a solução (ex: n-rainhas e layout de circuitos VLSI)
- parte-se de uma config inicial conhecida e tenta-se melhorar a solução.

## Algoritmos de Melhoramento Iterativo



## Algoritmos de Melhoramento Iterativo

- Exemplos:
  - Método Irrevogável: Hill-Climbing (busca de máximo/mínimo local)
  - Métodos de tentativa: (busca de máximo/mínimo global) podem temporariamente tornar estados piores.
    - \* random restart-hill-climbing
    - \* simulated annealing
    - \* busca tabu
    - \* busca paralela

## Hill Climbing (ou gradiente descendente)

- tenta fazer modificações que melhorem o estado corrente
- 2 desvantagens:
  - máximos locais
  - platôs: percorre estados aleatoriamente porque a função de avaliação não muda muito
- Exemplo: Jogo dos oito :-)

### Hill Climbing: exemplo

2 8 3	2 8 3	2 3	2 3	1 2 3	1 2 3
1 6 4	1 4	1 8 4	1 8 4	8 4	8 4
7 5	7 6 5	7 6 5	7 6 5	7 6 5	7 6 5
f=-4	f=-3	f=-3	f=-2	f=-1	f=0

- No caso de não se poder aplicar a regra, o processo termina e a solução é um máximo local.
- OBS: este exemplo é baseado no algoritmo de hill-climbing da primeira edição do livro do Russell and Norvig. O algoritmo da segunda edição foi modificado fazendo com que este exemplo termine no segundo nó, sem encontrar o máximo global (f=0).

## Hill Climbing: exemplo

- não funciona para:

1	2	5		1	2	3
	7	4	=>		7	4
8	6	3		8	6	5

$f = -2$

- Qq movimento diminui o valor da função de avaliação.

## Random Restart Hill Climbing

- executa uma série de buscas hill-climbing a partir de estados iniciais aleatórios
- cada um roda até terminar ou até não ter nenhum progresso
- salva o melhor resultado obtido até então
- pode ter no. finito de iterações ou continuar até não conseguir melhorar o melhor valor encontrado
- se superfície de busca contém muitos máximos locais, busca exponencial
- geralmente, solução boa pode ser encontrada em um número pequeno de iterações.

## Simulated Annealing

- Invés de começar novamente aleatoriamente quando passa num máximo local, permite que a busca escape do máximo local “descendo a montanha”.

## Simulated Annealing

```
function SA(problem,schedule) return a solution state
  current <- MAKE_NODE(INITIAL_STATE[problem])
  for t <- 1 to infinito do
    T <- schedule(t)
    if T = 0 then return current
    next <- sucesor de current selecionado
      aleatoriamente
    deltaE <- value[next] - value[current]
    if deltaE > 0 then current <- next
    else current <- next with prob  $e^{(\text{deltaE}/T)}$ 
  endif
endfor
```

## Simulated Annealing

$P = e^{-(\Delta E/T)}$

`n = sorteio de um no. de 0 a 1`

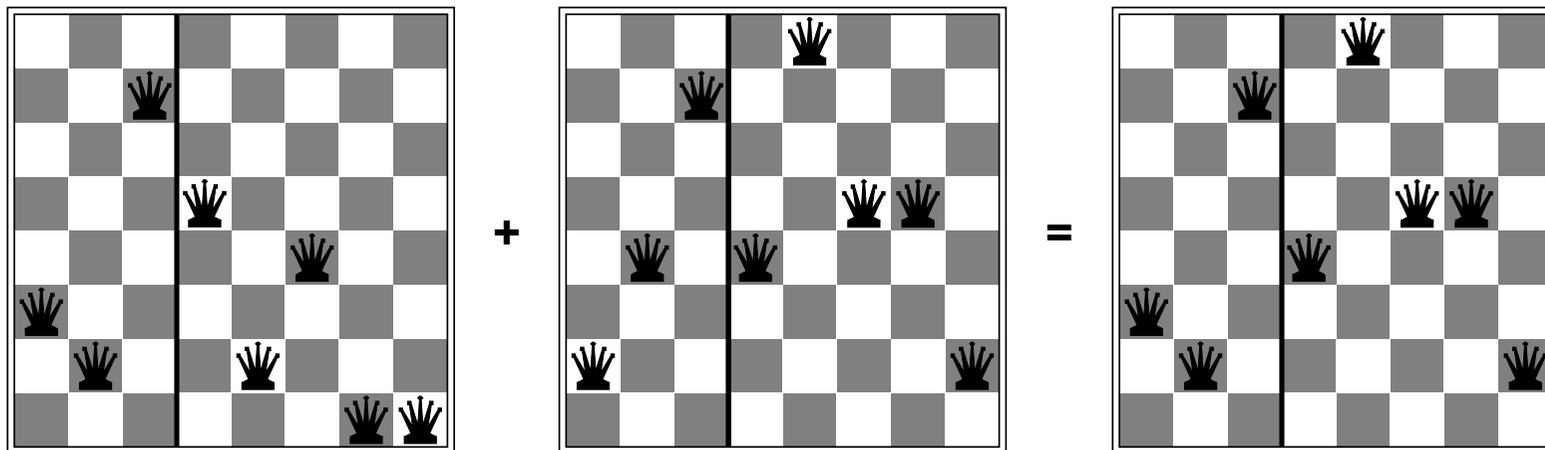
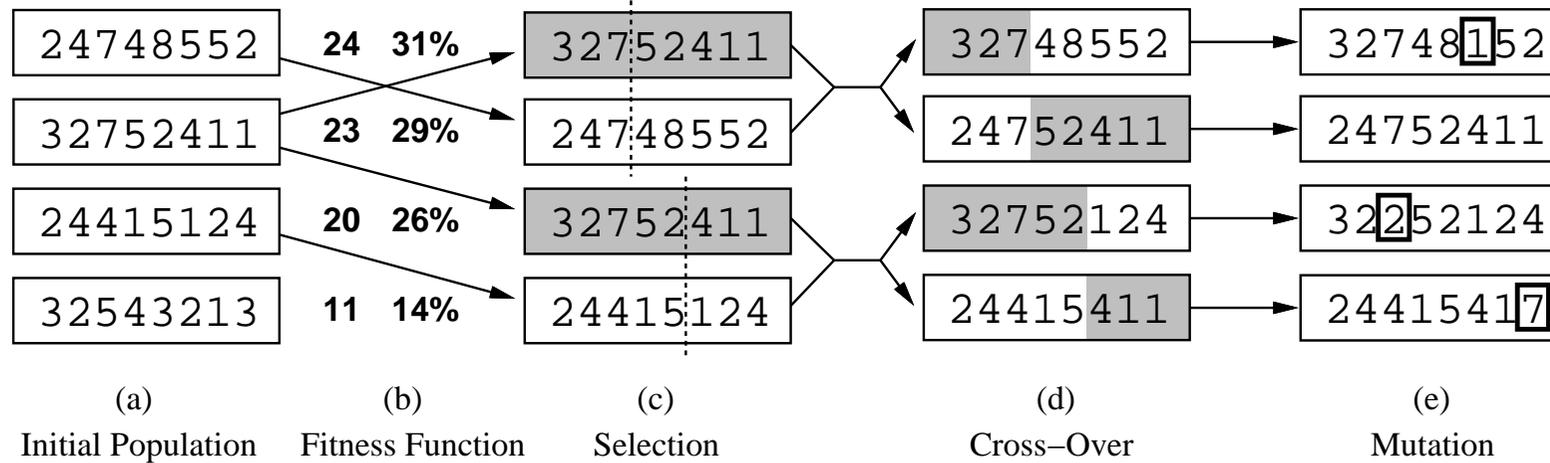
`if n < P then current <- next`

- ou seja: quanto maior a prob mais chance de aceitar mover para passos de custo pior.

## Outros Algoritmos

- Algoritmos Genéticos
  - Operações: “crossover”, mutação e reprodução
  - começa de uma população inicial
  - aplica as operações
  - calcula uma função de “fitness” para cada indivíduo da população
  - pode eliminar indivíduos menos “fit”

## Algoritmos Genéticos



## Outros Algoritmos

- Satisfação de Restrições
  - tipo especial de problema que satisfaz propriedades estruturais além dos requisitos básicos para problemas gerais de busca
  - estados: conjunto de variáveis
  - domínio: conjunto possível de valores que uma variável pode assumir (discreto/contínuo, finito/infinito)
  - estado inicial: todas as variáveis com valores possíveis iniciais
  - estado final: valores finais para as variáveis que respeitem as restrições do problema
  - profundidade máxima da árvore: número de variáveis

## Satisfação de Restrições: Exemplo

- n-rainhas
  - variáveis: posições no tabuleiro
  - restrições: nenhuma rainha pode atacar outra na mesma linha, diagonal ou coluna
  - valores iniciais das variáveis:  $V_1$  in  $1..n$ ,  $V_2$  in  $1..n$  etc, com  $n$  largura do tabuleiro

## Satisfação de Restrições: Possíveis algoritmos

- aloca uma nova rainha para uma nova coluna a cada nível (solução incremental)
- complexidade:  $n^n \approx \prod D_i = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$
- fator de ramificação:  $n$
- fator máximo de ramificação:  
$$n \times n = \sum D_i = D_1 + D_2 + \dots + D_n$$
- se todas as variáveis fossem instanciadas com todos os valores possíveis no primeiro nível da árvore

## Satisfação de Restrições: Possíveis algoritmos

n = 8

(0,0,0,0,0,0,0,0)

N	(1,0,0,0,0,0,0,0)	(0,1,0,0,0,0,0,0)	(0,0,1,0,0,0,0,0)	....
i	(2,0,0,0,0,0,0,0)	(0,2,0,0,0,0,0,0)	(0,0,2,0,0,0,0,0)	....
v	.....			
1	(8,0,0,0,0,0,0,0)	(0,8,0,0,0,0,0,0)	(0,0,8,0,0,0,0,0)	....
N	(1,1,0,0,0,0,0,0)	(0,1,1,0,0,0,0,0)	(1,0,1,0,0,0,0,0)	....
i	(2,2,0,0,0,0,0,0)	(0,2,2,0,0,0,0,0)	(2,0,2,0,0,0,0,0)	....
v	.....			
2	(8,8,0,0,0,0,0,0)	(0,8,8,0,0,0,0,0)	(8,0,8,0,0,0,0,0)	....

## Satisfação de Restrições: Possíveis algoritmos

- utilizando BP a sub-árvore que contém

$(0,0,0,0,0,0,0,0) \rightarrow (1,0,0,0,0,0,0,0) \rightarrow$

$(1,1,0,0,0,0,0,0) \rightarrow$

$(1,1,1,0,0,0,0,0) \rightarrow (1,1,1,1,0,0,0,0) \rightarrow \dots$

- será explorada mesmo sabendo que  $(1,1,1,1,1,1,1,1)$  não é solução

## Satisfação de Restrições: Possíveis algoritmos

- solução: colocar o teste de restrição a cada rainha colocada no tabuleiro
- tb não é a melhor solução!
- Suponha que já conseguimos alocar 6 rainhas, mas esta alocação ataca a oitava rainha.
- BP testa todas as possibilidades de colocação da sétima rainha!

### Satisfação de Restrições: Possíveis algoritmos

- solução: algoritmos *Forward Checking* e *Lookahead* ou simplesmente “consistência de arcos”
- *Forward Checking*: retira dos domínios de outras variáveis todos os valores impossíveis que violam as restrições
- *Lookahead*: além de executar *forward checking*, verifica se o domínio modificado de cada variável conflita com os outros.

## Forward Checking: Exemplo

$n = 8$

(1)  $V1 = 1 \implies V2 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$V3 = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$V4 = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$

$V5 = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$

$V6 = \{2, 3, 4, 5, 7, 8\}$

$V7 = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

$V8 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(2)  $V2 = 3 \implies V3 = \{5, 6, 7, 8\}$

$V4 = \{2, 6, 7, 8\}$

$V5 = \{2, 4, 7, 8\}$

$V6 = \{2, 4, 5, 8\}$

$V7 = \{2, 4, 5, 6\}$

$V8 = \{2, 4, 5, 6, 7\}$



## Satisfação de Restrições: Possíveis algoritmos

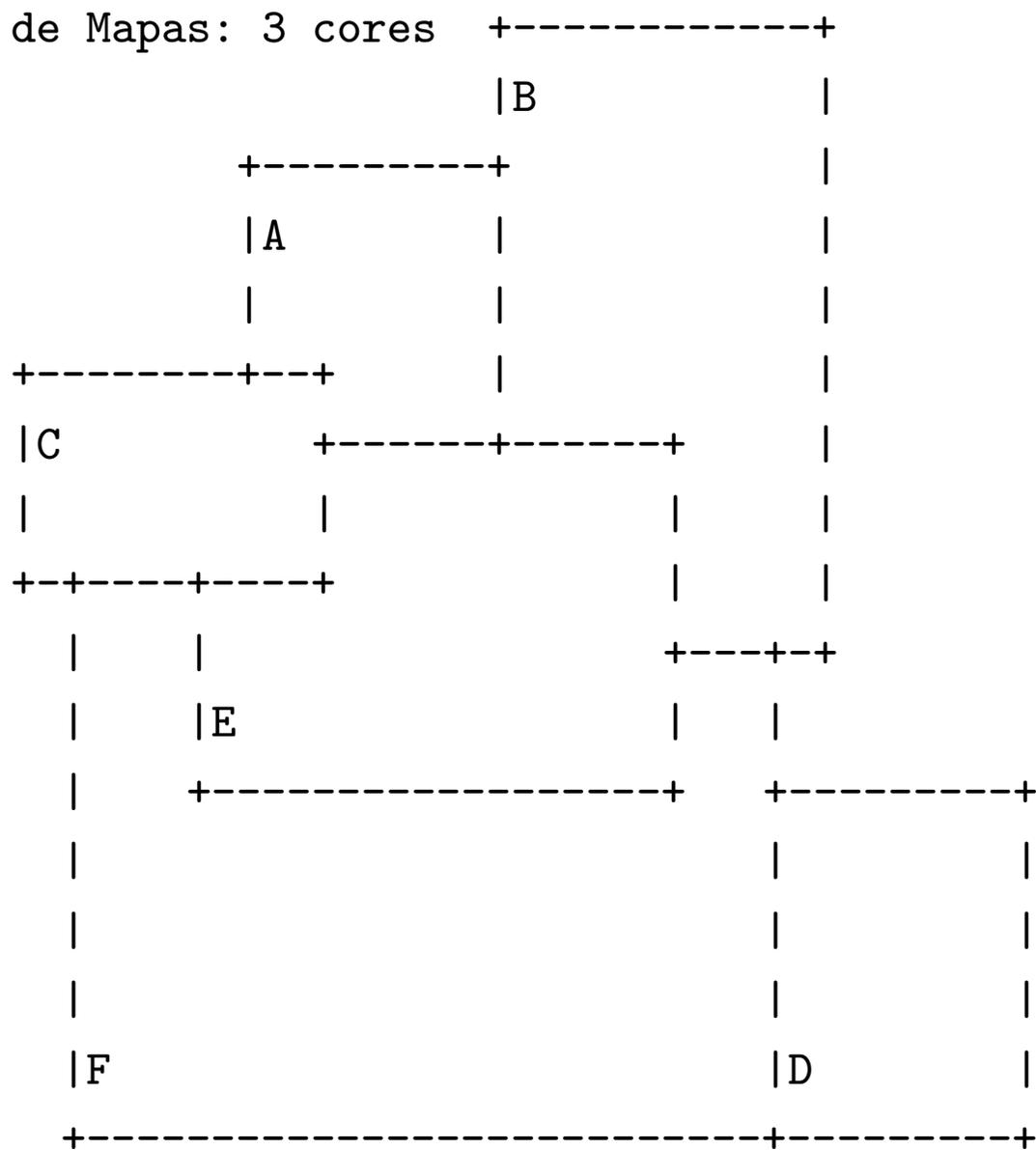
- para domínios infinitos: programação linear, simplex, revised simplex, convex hull, eliminação de Gauss.
- para domínios finitos: forward checking, lookahead, consistência de arcos em geral.
- Para domínios finitos, dois problemas:
  - escolha da *variável*:
    - \* *most-constrained*: menor domínio
    - \* *most constraining*: restringe ao máximo os domínios das outras variáveis
  - escolha do *valor* da variável:
    - \* princípio *first-fail*.
    - \* *least constraining*: valor que afeta menos o conjunto de valores das outras variáveis

Coloracao de Mapas: 3 cores

azul

verde

vermelho



## Satisfação de Restrições

- variável most-constrained: permite resolver n-rainhas com n igual a 100.
- forward checking puro: só consegue resolver até 30.
- valor least-constraining: permite resolver n-rainhas com n igual a 1000.