Lógica Proposicional

- **Modelo**: qualquer mundo em que a sentença é verdadeira para alguma interpretação.
- Uma sentença α é consequência lógica de um KB se os modelos de KB forem todos os modelos de α.
- Regras de inferência:

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta} \qquad \frac{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n}{\alpha_i}$$

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n} \qquad \frac{\alpha_i}{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n}$$

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha} \qquad \frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta}{\alpha}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$$

Lógica Proposicional

- **Complexidade**
- Método da tabela verdade é completo: possível enumerar 2^n linhas para a tabela com valores T e F para qualquer prova envolvendo n síbolos proposicionais.
- Tempo exponencial, mas a maioria dos problemas pode ser resolvido em tempo polinomial usando as regras de inferência.
- Característica de lógica clássica: **monotonicidade**.
- **if** $KB_1 \models \alpha$ **then** $(KB_1 \cup KB_2) \models \alpha$
- **Horn sentences** (cláusulas de Horn): possui um procedimento de inferência com tempo polinomial.

Lógica Proposicional

- Agente para o mundo do wumpus!
- B: brisa, S: mau cheiro, W: wumpus.
- $\neg S_{1,1}, \neg S_{2,1}, S_{1,2}, \neg B_{1,1}, B_{2,1}, \neg B_{1,2}$: fatos.
- Regras:

$$R_1 : \neg S_{1,1} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,1}$$

$$R_2 : \neg S_{2,1} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{2,1} \wedge \neg W_{2,2} \wedge \neg W_{3,1}$$

$$R_3 : \neg S_{1,2} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,2} \wedge \neg W_{1,3}$$

$$R_4 : S_{1,2} \Rightarrow W_{1,1} \vee W_{1,2} \vee W_{1,3} \vee W_{2,2}$$

Lógica Proposicional

- Como encontrar o wumpus?
- Tabela verdade vai ter 12 símbolos proposicionais: $S_{1,1}$, $S_{2,1}$, $S_{1,2}$, $W_{1,1}$, $W_{1,2}$, $W_{2,1}$, $W_{2,2}$, $W_{3,1}$, $W_{1,3}$, $B_{1,1}$, $B_{2,1}$, $B_{1,2}$
- 2^{12} entradas na tabela!
- Aplicação das regras de inferência.

Lógica Proposicional

1. Modus Ponens sobre $\neg S_{1,1}$ (R_1):
   $\neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,1}$
2. Eliminação E em (1): $\neg W_{1,1}$, $\neg W_{1,2}$, $\neg W_{2,1}$
3. Modus Ponens sobre $\neg S_{2,1}$ (R_2) e elim E:
   $\neg W_{1,1}$, $\neg W_{2,2}$, $\neg W_{2,1}$, $\neg W_{3,1}$
4. Modus Ponens sobre $S_{1,2}$ (R_4):
   $W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2} \vee W_{1,1}$
5. Resolução unitária com α: $W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2}$ e β: $W_{1,1}$, obtém-se: $W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2}$
6. Res. Unit. com α: $W_{1,3} \vee W_{1,2}$ e β: $W_{2,2}$. Obtém-se: $W_{1,3} \vee W_{1,2}$
7. Res. Unit. com α: $W_{1,3}$ e β: $W_{1,2}$. Wumpus está na posição $W_{1,3}$!.

Lógica Proposicional

- Prova mostrou onde estava o wumpus, mas não mostra **ações**.
- Para as ações:
  $A_{1,1} \wedge East_A \wedge W_{1,2} \Rightarrow \neg Forward$, uma para cada posição e orientação possíveis.
- Lógica proposicional não responde "que ação devo tomar", mas responde "Posso mover para a frente?", "Posso virar para a direita?".

Lógica Proposicional

function PROPOSITIONAL-KB-AGENT(percept) **returns** an action

  static: KB, knowledge base

    t, contador, init 0, indica tempo

  TELL(KB,MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept,t))

  for each action in the list of possible actions **do**

   if ASK(KB,MAKE-ACTION-QUERY(t,action)) **then**

    $t \leftarrow t + 1$

    return action

end

Lógica Proposicional

- Problemas com lógica proposicional:
- muitas proposições para o quadrado 4x4.
- Ex: "não ande para a frente se o wumpus está na sua frente" precisa de um conj de 64 regras (16 quadrados x 4 orientações).
- não tem memória do caminho a menos que se represente uma proposição para cada instante no tempo.
- Ex: move para $A_{2,1}$ se torna verdade e $A_{1,1}$ se torna falso. Mas pode ser importante guardar o fato de que o agente esteve em $A_{1,1}$.
- problema: não sabemos o tempo que vai levar para terminar o jogo.

Lógica Proposicional

- Exemplo de proposições adicionais:

$$A^0_{1,1} \wedge East^0_A \wedge W^0_{2,1} \Rightarrow \neg Forward^0$$
$$A^1_{1,1} \wedge East^1_A \wedge W^1_{2,1} \Rightarrow \neg Forward^1$$
$$A^2_{1,1} \wedge East^2_A \wedge W^2_{2,1} \Rightarrow \neg Forward^2$$
$$\vdots$$

- índice no topo de cada símbolo indica tempo.
- para 100 unidades de tempo: 6400 destas regras, somente para dizer: "não mova para a frente se o wumpus estiver lá".
- lógica de primeira ordem: reduz as 6400 para apenas 1!

Lógica de Primeira Ordem

- **objetos** e **relações** entre objetos, **propriedades**, **funções**.
- Objetos: pessoas, casas, números, teorias, Fernando Henrique, cores, jogos de futebol, séculos etc.
- Relações: irmão/irmã de, parte de, maior que, tem cor, ocorreu depois, pertence etc.
- Funções: pai de, melhor amigo de, vencedor de, um mais que etc.
- Ex: "quadrados vizinhos ao quadrado do wumpus têm mau cheiro". Objetos: wumpus, quadrado; Propriedade: mau cheiro; Relação: vizinhança.
- Motivação para o uso de lógica de primeira ordem: formalismo mais estudado e melhor entendido que outras abordagens.

Lógica de Primeira Ordem

- Sintaxe e Semântica.

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & AS \mid SCS \mid QVar, \ldots S \mid \neg S \mid (S) \\
AS & \rightarrow & Pred(Term, \ldots) \mid Term = Term \\
Term & \rightarrow & Func(Term, \ldots) \mid Const \mid Var \\
C & \rightarrow & \Rightarrow \mid \wedge \mid \vee \mid \Leftrightarrow \\
Q & \rightarrow & \forall \mid \exists \\
Const & \rightarrow & A \mid X_1 \mid John \ldots \\
Var & \rightarrow & a \mid x \mid s \mid \ldots \\
Pred & \rightarrow & Mother \mid LeftLegOf \mid \ldots
\end{array}
$$

Lógica de Primeira Ordem

- **Termo**: expressão lógica que se refere a um objeto. Ex: LeftLegOf(ReiJoao).
- **Fórmulas atômicas**: representam fatos. Símbolo de predicado seguido de uma lista de termos entre parênteses. Ex: Irmão(Ricardo, João), Casados(Pai(Ricardo), Mãe(João)). Convenção: P(x,y), x é P de y.
- **Sentenças complexas**: Irmão(Ricardo, João)$\wedge$ Irmão(João, Ricardo), MaisVelho(João, 30) $\vee$ MaisNovo(João, 30), MaisVelho(João,30) $\Rightarrow \neg$ MaisNovo(João,30).

Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores**: fazem lógica de primeira ordem ser mais expressiva do que lógica proposicional. Ex: $\forall x Gato(x) \Rightarrow Mamifero(x)$.
- **Termo ground**: termo sem variáveis.
- quantificador existencial: $\exists x Irma(x, Spot) \wedge Gato(x)$.
- Quantif aninhados: caso mais simples $\forall x, y Pai(x, y) \Rightarrow Filho(y, x)$, equivalente a $\forall x \forall y Pai(x, y) \Rightarrow Filho(y, x)$.
- "Todos amam alguém": $\forall x \exists y ama(x, y)$.
- "Há alguém que é amado por todos": $\exists y \forall x ama(x, y)$
- ordem de utilização dos quantif importante.
- dificuldade: $\forall x [Gato(x) \vee (\exists x Irmao(Ricardo, x))]$.

Lógica de Primeira Ordem

- Relações entre $\forall$ e $\exists$.
- $\forall x \neg Gosta(x, Gatos)$ é equivalente a $\neg \exists x Gosta(x, Gatos)$.
- "Todo mundo gosta de sorvete": $\forall x Gosta(x, Sorvete)$ ou $\neg \exists x \neg Gosta(x, Sorvete)$.
- Leis de De Morgan se aplicam a fórmulas quantificadas e não quantificadas.
- Para efeito de representação não precisamos usar quantificadores ou todos os conectivos.
- **Igualdade**: dois termos referem ao mesmo objeto.

Extensões e Variações Notacionais

- lógica de mais alta ordem: quantificação feita em cima de funções além de objetos. Ex:
  $\forall x, y (x = y) \Leftrightarrow (\forall p\ p(x) \Leftrightarrow p(y))$,
  $\forall f, g (f = g) \Leftrightarrow (\forall x f(x) = g(x))$.
- Outras extensões: leitura para casa!
- Variações notacionais: leitura para casa!

Lógica de Primeira Ordem

- Utilizando lógica de primeira ordem: bancos de dados, prova de teoremas, manipulação de conjuntos.
- Ex: conjuntos.
  - $\forall s Set(s) \Leftrightarrow (s = EmptySet) \vee$ $(\exists x, s_2 Set(s_2) \wedge s = AdJoin(x, s_2))$
  - $\neg \exists x, s AdJoin(x, s) = EmptySet$
  - $\forall x, s Member(x, s) \Leftrightarrow s = AdJoin(x, s)$
  - Notação especial usada para conjuntos: [], [x], [x,y], [x,y|l].

Lógica de Primeira Ordem

- Perguntando e recebendo respostas: TELL e ASK.
- sentenças adicionadas com TELL: assertivas.
- sentenças perguntadas com ASK: consultas ou objetivos.
- respostas podem "instanciar" variáveis: substituições e listas de "bindings".

Lógica de Primeira Ordem

- Agente lógico para o mundo do wumpus.
- três tipos de agentes: **reflexos**, **baseados em modelo** e **baseados em objetivos**.
- 1o. passo: definir a interface com o mundo externo
- sentença (interface) típica: Percept([Maucheiro,Brisa,Brilho,N,N],5), onde elem1: percebe ou não percebe mau cheiro, elem2: percebe ou ão percebe brisa, elem3: percebe ou não percebe brilho, elem4: percebe ou não percebe parede, elem5: percebe ou não percebe grito (wumpus sendo morto).
- Ações: Turn(Right), Turn(Left), Forward, Shoot, Grab, Release, Climb.

Lógica de Primeira Ordem

- Determinação de que ação é a melhor: MAKE-ACTION-QUERY cria uma consulta tal que $\exists a Action(a, 5)$. ASK deve retornar uma lista com a substituição {a/Grab}.
- o agente chama novamente TELL para registrar qual ação tomada.

Lógica de Primeira Ordem

function KB-AGENT(percept) **returns** an action

  static: KB, knowledge base

    t, contador, init 0, indica tempo

  TELL(KB,MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept,t))

  action $\leftarrow$ ASK(KB,MAKE-ACTION-QUERY(t))

  TELL(KB,MAKE-ACTION-SENTENCE(action,t))

  $t \leftarrow t + 1$

return action

end

Lógica de Primeira Ordem

- Um agente reflexo simples.
- $\forall s, b, u, c, t P([s, b, Brilho, u, c], t) \Rightarrow Action(Grab, t)$
- $\forall b, g, u, c, t P([MauCheiro, b, g, u, c], t) \Rightarrow MauCheiro(t)$
- $\forall s, g, u, c, t P([s, Brisa, g, u, c], t) \Rightarrow Brisa(t)$
- $\forall s, b, u, c, t P([s, b, Brilho, u, c], t) \Rightarrow Ouro(t)$
- $\forall t AtOuro(t) \Rightarrow Action(Grab, t)$

Lógica de Primeira Ordem

- Limitações de um agente reflexo:
  - não faz parte da percepção deste tipo de agente saber onde está ou se está com o ouro.
  - é incapaz de evitar "loops". Ex: assuma que o agente conseguiu pegar o ouro e está no caminho de volta para casa. Se passar novamente pelo mesmo quadrado visitado na ida, entra em loop.
  - problema: não está representado neste agente o fato dele estar carregando o ouro e a situação ser diferente da situação da ida.
- precisa de *representação de modificações* no mundo.

Lógica de Primeira Ordem

- **Representação de modificações**: uma das áreas mais importantes em representação do conhecimento.
- regras *diacrônicas*.
- representação de *situações* e *ações* não é diferente de representação de objetos e relações.
- *Cálculo de Situações*: forma de descrever modificações em lógica de primeira ordem.

Lógica de Primeira Ordem

- Considera o mundo como uma sequência de **situações**.
- formato: At(Agente,posição,situação). Ex: $At(Agent, [1,1], S_0) \wedge At(Agent, [1,2], S_1)$
- cálculo de situações utiliza $Result(action, situation)$ para representar a situação decorrente da execução de uma ação em situação anterior.
- Ex: $Result(Forward, S_0) = S_1$, $Result(Turn(Right), S_1) = S_2$, $Result(Forward, S_2) = S_3$

Lógica de Primeira Ordem

- Ações: são descritas através de seus efeitos: *axiomas de efeito.*
- $Portable(Ouro)$
- $\forall s At Ouro(s) \Rightarrow Present(Ouro, s)$
- $\forall x, s Present(x, s) \wedge Portable(x) \Rightarrow Holding(x, Result(Grab, s))$
- $\forall x, s \neg Holding(x, Result(Release, s))$
- não sufuciente para saber se o agente está segurando o ouro ou continua segurando o ouro.