Lógica de Primeira Ordem: Forward Chaining

- renomeia variáveis e compõe substituições.
- Composição de substituições:
  $SUBST(COMPOSE(\theta_1, \theta_2), p) = SUBST(\theta_2, SUBST(\theta_1, p))$

Lógica de Primeira Ordem: Forward Chaining

procedure FORWARD-CHAIN(KB,p)

if há uma sent em KB que renomeia p **then return**

adiciona p a KB

for each $(p_1 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$ em KB tal que para algum i,

$UNIFY(p_i, p) = \theta$ sucede **do**

FIND-AND-INFER(KB,$[p_1, \ldots, p_{i-1}, p_{i+1}, \ldots, p_n], q, \theta$)

end

Lógica de Primeira Ordem: Forward Chaining

procedure FIND-AND-INFER(KB,premises,conclusion,θ)

if premises = [] **then**

FORWARD-CHAIN(KB,SUBST(θ,conclusion))

else for each p' em KB tal que UNIFY(p',

SUBST(θ, FIRST(premises))) = θ_2 **do**

FIND-AND-INFER(KB,REST(premises),conclusion,

COMPOSE(θ,θ_2))

end

Lógica de Primeira Ordem: Forward Chaining

- (1) $Amer(x) \wedge Arma(z) \wedge Nacao(y) \wedge Hostil(y) \wedge Vende(x, z, y) \Rightarrow Crim(x)$
- (2) $Dono(Nono, x) \wedge Missil(x) \Rightarrow Vende(Oeste, Nono, x)$
- (3) $Missil(x) \Rightarrow Arma(x)$
- (4) $Inimigo(x, EUA) \Rightarrow Hostil(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Forward Chaining

- Inicialmente KB contém somente as implicações de Horn, adiciona-se cada fato de cada vez.
- FORWARD-CHAIN(KB,Amer(Oeste)): adiciona fato ao KB, unifica com uma premissa de (1), mas as outras não são conhecidas, então termina.
- FORWARD-CHAIN(KB,Nacao(Nono)): adiciona fato ao KB, unifica com uma premissa de (1), mas as outras não são conhecidas, então termina.
- FORWARD-CHAIN(KB,Inimigo(Nono,EUA)): adiciona fato ao KB, unifica com premissa de (3), com MGU {x/Nono}, chama:
  - FORWARD-CHAIN(KB,Hostil(Nono)): adiciona fato ao KB, unifica com uma premissa de (1), mas somente duas são conhecidas, então termina.

Lógica de Primeira Ordem: Forward Chaining

- FORWARD-CHAIN(KB,Dono(Nono,M1)): adiciona fato ao KB, unifica com premissa de (2), com MGU {x/M1}, mas outra premissa ainda não conhecida, então termina.
- FORWARD-CHAIN(KB,Missil(M1)): adiciona fato ao KB, unifica com premissa de (2) e (3):
  - Por (2) Missil(M1), MGU {x/M1}, como Dono(Nono,M1) já foi provado, chama:
    * FORWARD-CHAIN(KB,Vende(Oeste,Nono,M1)): adiciona fato ao KB, unifica com uma premissa de (1), com MGU {x/Oeste,y/M1,z/Nono}, mas Arma(M1) não é conhecida, então termina.

Lógica de Primeira Ordem: Forward Chaining

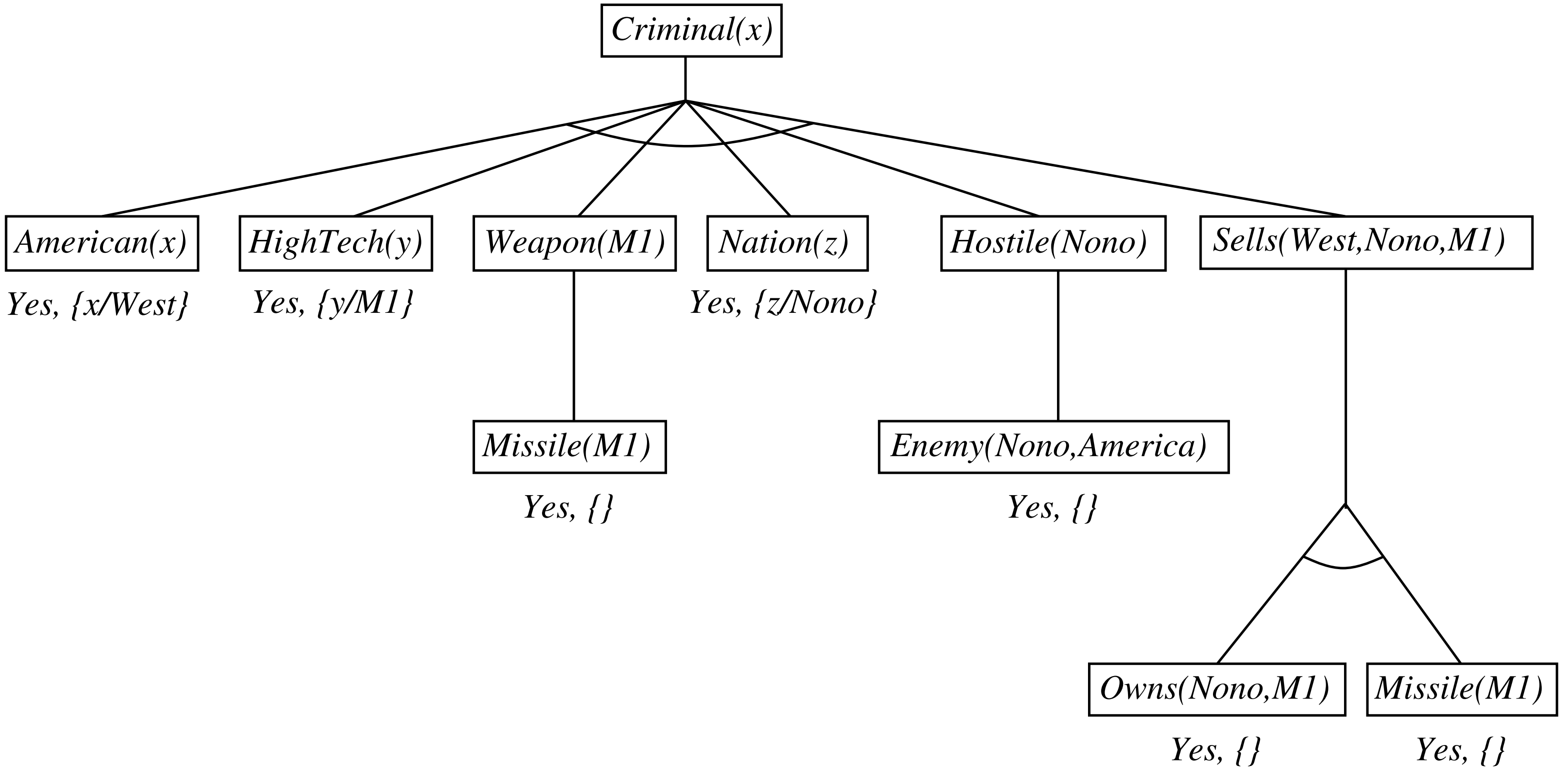
- Por (3) Missil(M1), MGU {x/M1}, chama:
  - FORWARD-CHAIN(KB,Arma(M1)): adiciona fato ao KB, unifica com uma premissa de (1), com MGU {y/M1}, outras premissas conhecidas com MGU acumulado {x/Oeste,y/M1,z/Nono}, chama:
    - FORWARD-CHAIN(KB,Crim(Oeste)): adiciona fato ao KB, terminada a prova!

Lógica de Primeira Ordem: Backward Chaining

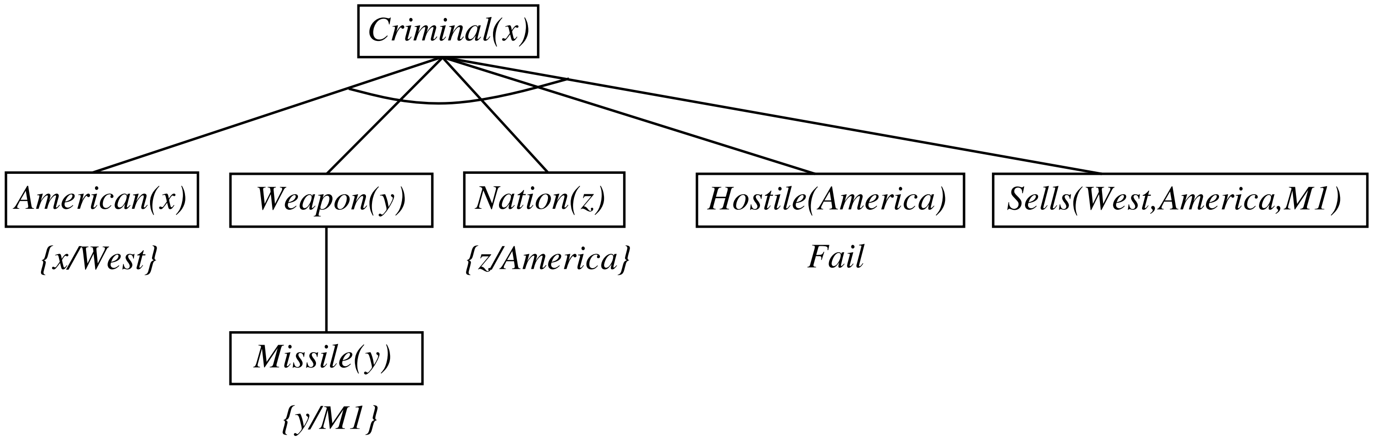
- Algoritmo Forward Chaining implementa um procedimento *dirigido a dados*. Pode ser incorporado ao procedimento TELL.
- Pode gerar conclusões irrelevantes.
- Algoritmo mais dirigido à consulta: *Backward Chaining*.
- Encontra todas as soluções para uma determinada pergunta ao KB.
- Pode ser incorporado ao procedimento ASK.

```
function BACK-CHAIN(KB, q) returns a set of substitutions
   BACK-CHAIN-LIST(KB, [q], {})
--------------------------------------------------------------------------------
function BACK-CHAIN-LIST(KB, qlist, θ) returns a set of substitutions
   inputs: KB, a knowledge base
           qlist, a list of conjuncts forming a query (θ already applied)
           θ, the current substitution
   static: answers, a set of substitutions, initially empty

   if qlist is empty then return {θ}
   q ← FIRST(qlist)
      for each q'_i in KB such that θ_i ← UNIFY(q, q'_i) succeeds do
         Add COMPOSE(θ, θ_i) to answers
      end
      for each sentence (p_1 ∧ ... ∧ p_n ⇒ q'_i) in KB such that θ_i ← UNIFY(q, q'_i) succeeds do
         answers ← BACK-CHAIN-LIST(KB, SUBST(θ_i, [p_1 ... p_n]), COMPOSE(θ, θ_i)) ∪ answers
      end
   return the union of BACK-CHAIN-LIST(KB, REST(qlist), θ) for each θ ∈ answers
```


Criminal(x)
American(x)
Yes, {x/West}
HighTech(y)
Yes, {y/M1}
Weapon(M1)
Missile(M1)
Yes, {}
Nation(z)
Yes, {z/Nono}
Hostile(Nono)
Enemy(Nono,America)
Yes, {}
Sells(West,Nono,M1)
Owns(Nono,M1)
Yes, {}
Missile(M1)
Yes, {}

Lógica de Primeira Ordem: Backward Chaining



Lógica de Primeira Ordem: Completude

- Qq procedimento de prova usando Modus Ponens é *incompleto*.
- Mas se uma sentença for consequência lógica do KB, então existem algoritmos que são completos. Se a sentença não for consequência lógica do KB, então o procedimento pode entrar em loop (*Teorema da Completude de Gödel*): **if** $KB \models \alpha$ **then** $KB \vdash_R \alpha$.
- Problema da validade de lógica de primeira ordem é *semi-decidível*.
- Problema com Modus Ponens: sentenças com literais negados.
- $\forall x P(x) \Rightarrow Q(x)$
- $\forall x \neg P(x) \Rightarrow R(x)$
- $\forall x Q(x) \Rightarrow S(x)$
- $\forall x R(x) \Rightarrow S(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Algoritmo de Resolução

- Relembrando regra de resolução de lógica proposicional:
- $\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$ ou $\frac{\neg\alpha \Rightarrow \beta, \beta \Rightarrow \gamma}{\neg\alpha \Rightarrow \gamma}$
- Duas interpretações: raciocínio por casos ou transitividade da implicação.
- Modus Ponens não permite derivar novas implicações. Somente deriva conclusões atômicas.
- Regra de resolução mais poderosa.
- Regra de resolução generalizada: procedimento de infereência completo para lógica de primeira ordem.

Lógica de Primeira Ordem: Algoritmo de Resolução

- Regra de Resolução generalizada (disjunções):

$$\frac{p_1 \vee \ldots \vee p_j \vee \ldots \vee p_m \quad q_1 \vee \ldots \vee q_k \vee \ldots \vee q_n}{SUBST(\theta, (p_1 \vee \ldots p_{j-1} \vee p_{j+1} \ldots p_m \vee q_1, \vee \ldots q_{k-1} \vee q_{k+1} \vee \ldots q_n))}$$

- Regra de Resolução generalizada (implicações):

$$\frac{p_1 \wedge \ldots p_j \wedge \ldots p_{n_1} \Rightarrow r_1 \vee \ldots r_{n_2} \quad s_1 \wedge \ldots s_{n_3} \Rightarrow q_1 \vee \ldots q_k \vee \ldots q_{n_4}}{SUBST(\theta, (p_1 \wedge \ldots p_{j-1} \wedge p_{j+1} \wedge p_{n_1} \wedge s_1 \wedge \ldots s_{n_3} \Rightarrow r_1 \vee \ldots r_{n_2} \vee q_1 \vee \ldots))}$$

Lógica de Primeira Ordem: Algoritmo de Resolução

- Formas canônicas para resolução: *forma conjuntiva normal* ou **forma implicativa normal**.

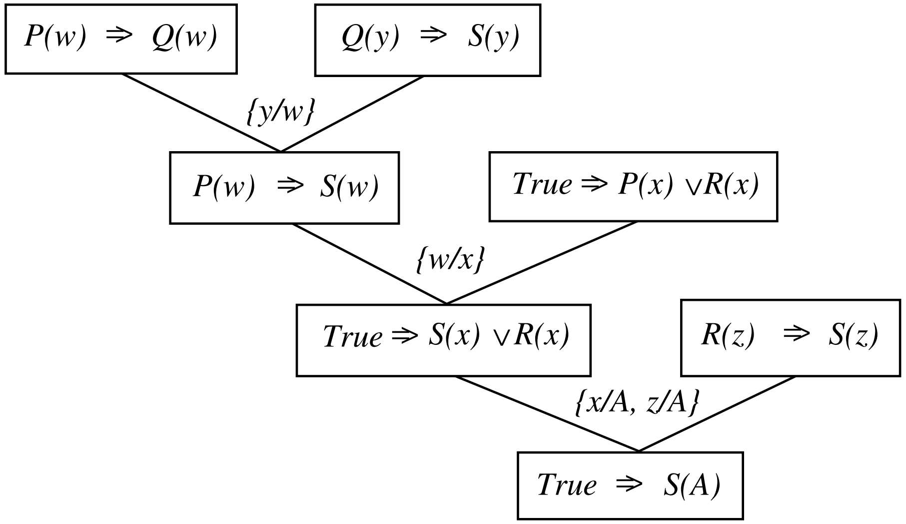
$\neg P(w) \vee Q(w)$	$P(w) \Rightarrow Q(w)$
$P(x) \vee R(x)$	$True \Rightarrow P(x) \vee R(x)$
$\neg Q(y) \vee S(y)$	$Q(y) \Rightarrow S(y)$
$\neg R(z) \vee S(z)$	$R(z) \Rightarrow S(z)$

- Resolução é uma generalização de Modus Ponens:

$$\frac{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta}{\beta} \Leftrightarrow \frac{True \Rightarrow \alpha, \alpha \Rightarrow \beta}{True \Rightarrow \beta}$$

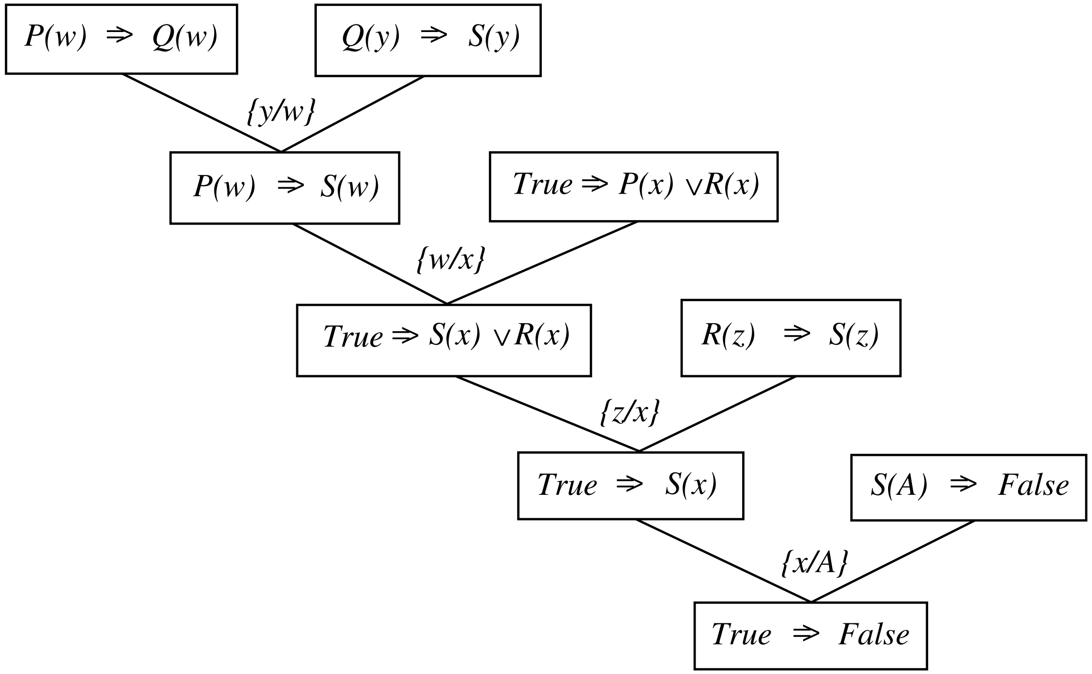
Lógica de Primeira Ordem: Algoritmo de Resolução

- Provas por Resolução: forward chaining ou backward chaining.



Lógica de Primeira Ordem: Algoritmo de Resolução

- Prova usando resolução ainda é não completa se não tivermos nada no KB. Ex: $p \vee \neg p$. é válida, mas resolução não pode resolver se KB estiver vazio.
- Procedimento de inferência completo usando resolução: *refutação* (redução ao absurdo ou prova por contradição).
- Para provar P, assume-se que P é falso adicionando-se $\neg P$ ao KB. Em outras palavras: $(KB \wedge \neg P \Rightarrow Falso) \Leftrightarrow (KB \Rightarrow P)$.
- resolução usando refutação é completo e correto.


P(w) ⇒ Q(w)
Q(y) ⇒ S(y)
{y/w}
P(w) ⇒ S(w)
True ⇒ P(x) ∨R(x)
{w/x}
True ⇒ S(x) ∨R(x)
R(z) ⇒ S(z)
{z/x}
True ⇒ S(x)
S(A) ⇒ False
{x/A}
True ⇒ False

Lógica de Primeira Ordem: Conversão para Forma Normal

- Qq sentença em lógica de primeira ordem pode ser convertida em forma implicativa (ou conjuntiva) normal.
- Passos para conversão:
  1. Eliminação de implicações.
  2. Mover negações para dentro dos parênteses.
  3. Renomear variáveis (padronização separada).
  4. Mover quantificadores para a esquerda.
  5. "Skolemização": $\forall x Pessoa(x) \Rightarrow \exists y Cor(y) \wedge Tem(x, y)$.
  6. Distribuição de $\wedge$ sobre $\vee$: $(a \wedge b) \vee c$.
  7. Agrupamento de conjunções e disjunções aninhadas: $(a \vee b) \vee c$.
  8. Conversão de disjunções para forma implicativa: $(\neg a \vee \neg b \vee c \vee d)$.

Lógica de Primeira Ordem: Exemplo de Prova

Joao tem um cachorro.

Todo dono de cachorro ama animais.

Ninguém que ama animais mata animais.

Joao ou a Curiosidade matou o gato, cujo nome é Atum.

A Curiosidade matou o gato?

A. $\exists x Cach(x) \wedge Dono(Joao, x)$

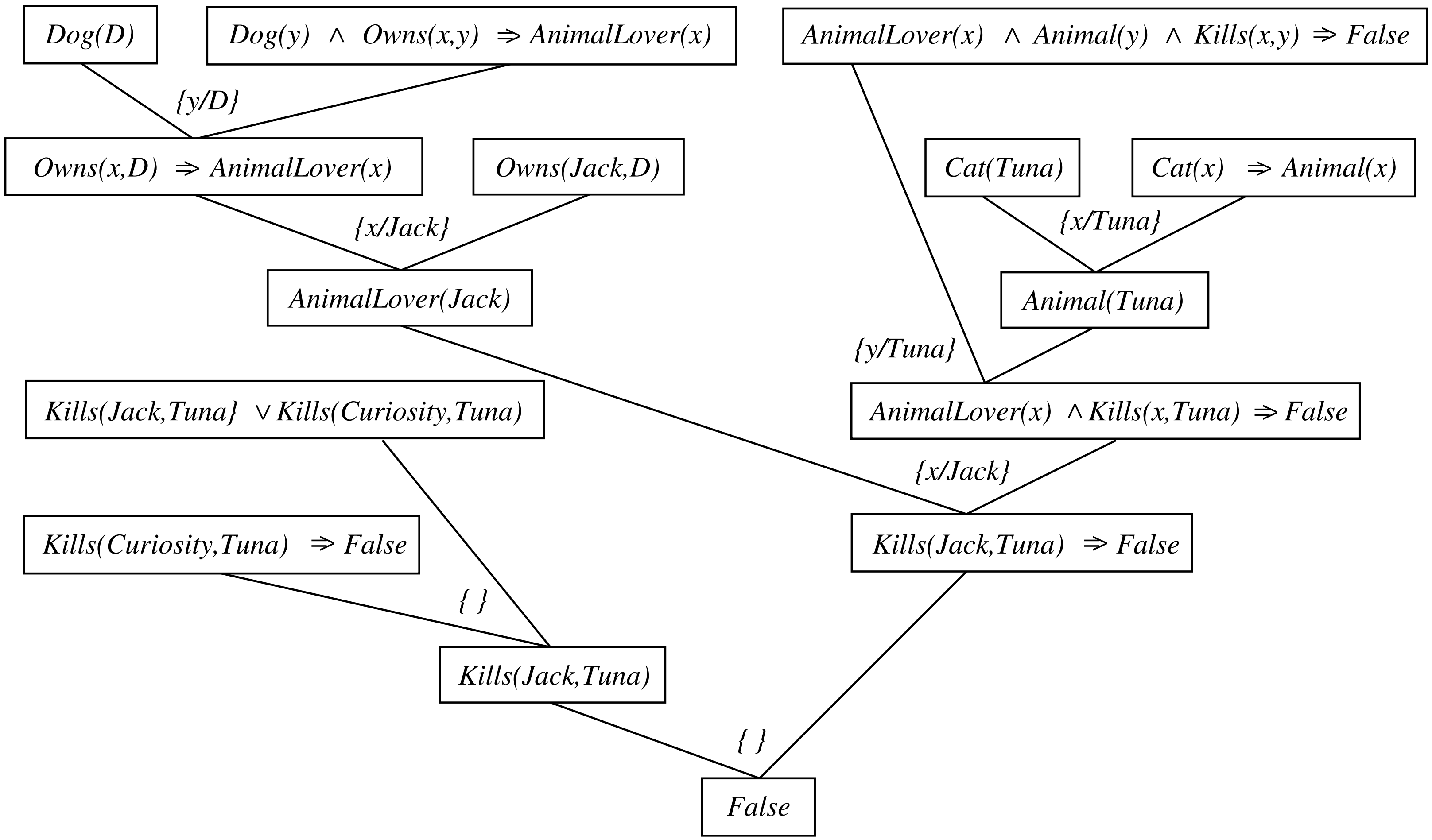
B. $\forall x (\exists y Cach(y) \wedge Dono(x, y)) \Rightarrow AmaAnimais(x)$

C. $\forall x AmaAnimais(x) \Rightarrow \forall y Animal(y) \Rightarrow \neg Mata(x, y)$

D. $Mata(Joao, Atum) \vee Mata(Curiosidade, Atum)$

E. $Gato(Atum)$

F. $\forall x Gato(x) \Rightarrow Animal(x)$



Dog(D)
Dog(y) ∧ Owns(x,y) ⇒ AnimalLover(x)
AnimalLover(x) ∧ Animal(y) ∧ Kills(x,y) ⇒ False
{y/D}
Owns(x,D) ⇒ AnimalLover(x)
Owns(Jack,D)
Cat(Tuna)
Cat(x) ⇒ Animal(x)
{x/Jack}
{x/Tuna}
AnimalLover(Jack)
Animal(Tuna)
{y/Tuna}
Kills(Jack,Tuna} ∨ Kills(Curiosity,Tuna)
AnimalLover(x) ∧ Kills(x,Tuna) ⇒ False
{x/Jack}
Kills(Curiosity,Tuna) ⇒ False
Kills(Jack,Tuna) ⇒ False
{ }
Kills(Jack,Tuna)
{ }
False

Lógica de Primeira Ordem: Igualdade de Termos

- P(A) não unifica com P(B) mesmo que exista um fato no KB dizendo que A=B.
- Unificação faz somente testes **sintáticos** para verificar se dois termos são iguais.
- duas formas de resolver o problema: *axiomatização da igualdade* ou nova regra de inferência: *demodulação/paramodulação*.

Lógica de Primeira Ordem: Estratégias de Resolução

- Principal preocupação: **eficiência** do método.
- Preferência por sentenças unitárias (atômicas).
- Conjunto de Suporte.
- Resolução de Entrada, **Resolução Linear**.
- Subsumption: elimina sentenças que são mais específicas do que qq sentença existente no KB.