

1. Uma empresa fabrica dois produtos, 1 e 2. Cada um requer as quantidades de matéria prima e trabalho, e vende-se aos preços indicados na tabela a seguir:

	Produto 1	Produto 2
Matéria prima	1 unidade	2 unidades
Trabalho	2 horas	1 hora
Preço de venda	7 euros	8 euros

Podem ser compradas até 350 unidades de matéria prima, ao preço de 2 euros por unidade, e podem ser contratadas até 400 horas de trabalho a 1.5 euros por hora.

- Formule o problema.
 - Converta a formulação à forma standard.
 - Represente graficamente a região admissível.
 - Mostre a correspondência entre soluções básicas admissíveis da forma standard e pontos extremos da região admissível.
 - Resolva o problema pelo método do simplex, mostrando a cada iteração a que ponto do gráfico corresponde a solução básica admissível.
2. Considere o problema de uma empresa de lacticínios que produz leite, manteiga e iogurte. O seu lucro é dado por $z = 3x_1 + x_2 + 4x_3$, em que x_1 , x_2 e x_3 são as quantidades em quilolitros de leite, manteiga e iogurte produzidas por dia, respetivamente. Há uma restrição (1) associada à máquina de pasteurização do leite, que implica que $6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 25$. Uma outra restrição (2), associada à máquina de embalagem, é a seguinte: $3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 20$.

- Escreva a formulação completa deste problema linear.
- Converta a formulação à forma standard.
- Numa iteração do algoritmo do simplex obteve-se o seguinte sistema:

$$\begin{array}{rcccccl} z & & +2x_2 & & +s_1/5 & +3s_2/5 & = & 17 \\ x_1 & & -x_2/3 & & +s_1/3 & -s_2/5 & = & 5/3 \\ x_2 & & & +x_3 & -s_1/5 & +2s_2/5 & = & 3 \end{array}$$

em que s_1 e s_2 são as variáveis de desvio associadas às restrições (1) e (2), respetivamente. Determine a solução ótima do problema.

3. A padaria Breadco assa dois tipos de pão: francês e de massa azeda. Cada pão francês pode ser vendido por 36¢ cada pão de massa azeda por 30¢. Um pão francês requer 1 pacote de fermento e 6 oz de farinha; o de massa azeda requer 1 pacote de fermento e 5 oz de farinha. De momento, a Breadco tem 5 pacotes de fermento e 10 oz de farinha. Pacotes adicionais de fermento podem ser comprados por 3¢cada, e farinha adicional por 4¢/oz. Formule e resolva um LP que possa ser usado para maximizar os lucros da Breadco (= receitas – custos). [source: Winston]
4. Uma empresa tem 30 programadores e 5 especialistas em otimização. Tem neste momento possibilidade de participar em 7 projetos, cada um rendendo 30 mil euros. Cada projeto requer 5 programadores e 1 especialista em otimização. A empresa pode subcontratar programadores, a 4 mil euros por pessoa, ou ceder os seus programadores pela mesma quantia. Assume-se que tanto a participação nos projetos como o tempo dos trabalhadores são perfeitamente divisíveis. Determine, utilizando o método do simplex, o lucro máximo que a empresa pode obter.

5. **Problema de seleção de projetos** (*capital budgeting*). Uma companhia está a considerar 5 oportunidades de investimento a 2 anos. Os montantes que pode investir em cada ano, e o valor presente líquido (VPL) associados a cada um dos projetos são os seguintes (em milhares de contos):

	Proj. 1	Proj. 2	Proj. 3	Proj. 4	Proj. 5
$t = 0$	11	53	5	5	29
$t = 1$	3	6	5	1	34
VPL	13	16	16	14	39

Os valores disponíveis para investimento neste ano ($t=0$) são 40 mil contos, e a estimativa do valor disponível para próximo ano ($t=1$) é de 20 mil contos.

Admite-se que os projetos são perfeitamente divisíveis, mas que a empresa poderá comprar no máximo 100% de cada projeto. A empresa pretende determinar o valor que deverá investir em cada projeto por forma a maximizar a soma dos VPLs. Assumindo que o montante que não for utilizado em $t = 0$ não poderá ser utilizado em $t = 1$, formule o PL que resolve este problema, e obtenha a solução ótima. [source: Winston]

6. Resolva os seguintes problemas utilizando o método do simplex:

(a)

$$\begin{aligned} \min z = & 4x_1 - x_2 + 2x_3 \\ \text{sujeito a : } & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 2x_1 - x_2 \leq -1 \\ & 2x_2 + x_3 \geq 6 \\ & x_1 + x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \min z = & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{sujeito a : } & 1/2x_1 + 1/4x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 36 \\ & x_1 + x_2 = 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

7. Para cada um dos casos seguintes verifique, utilizando o método do simplex, se o problema tem uma solução única, se tem soluções múltiplas, se é impossível, ou se é ilimitado.

(a)

$$\begin{aligned} \max z = & x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a : } & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 - x_2 \geq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \max z = & -x_1 + 3x_2 \\ \text{sujeito a : } & x_1 - x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max z = & 4x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a : } & 8x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ & 5x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max z = & 3x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a : } & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$