1. Dorian Auto fabrica carros de luxo e camiões. A empresa acredita que os seus clientes mais prováveis são mulheres e homens de rendimentos altos. Para atingir esses grupos, a Dorian Auto iniciou uma ambiciosa campanha publicitária na TV e decidiu comprar anúncios de 1 minuto em dois tipos de programas: shows de comédia e jogos de futebol. Cada anúncio em comédias é visto por 7 milhões de mulheres, e 2 milhões de homens de rendimentos altos. Cada anúncio de futebol é visto por 2 milhões de mulheres, e 12 milhões de homens de rendimentos altos. Um anúncio de 1 minuto custa \$50.000 em comédias, e \$100.000 em futebol. Dorian pretende que os anúncios sejam vistos por pelo menos 28 milhões de mulheres de altos rendimentos, e por pelo menos 24 milhões de homens de alta rendimentos. [fonte: Winston]

   (a) Use a programação linear para determinar como a Dorian Auto pode atender aos requisitos de publicidade a um custo mínimo.

   (b) Encontre o intervalo de valores no custo de um anúncio de comédia para o qual a base da solução atual permanece ótima.

   (c) Encontre o intervalo de valores para as exposições pretendidas para mulheres para o qual a base da solução atual permanece ótima. Determine a nova solução ótima se $28 + \Delta$ milhões de exposições forem pretendidas para mulheres.

   (d) Encontre o preço sombra associado a cada restrição.

   (e) Se forem necessárias 26 milhões de exposições de mulheres de altos rendimentos, determine o novo valor ótimo para o objetivo.

2. Escreva o dual associado a cada um dos seguintes problemas:

   (a)
$$\begin{array}{llllll}
\text{maximizar } z = & 4x_1 & -x_2 & +2x_3 & & \\
\text{sujeito a:} & x_1 & +x_2 & & \leq 5 \\
 & 2x_1 & +x_2 & & \leq 7 \\
 & & 2x_2 & +x_3 & \geq 6 \\
 & x_1 & & +x_3 & = 4 \\
 & \multicolumn{4}{l}{x_1 \geq 0, \;\; x_2, x_3 \in \mathbb{R}}
\end{array}$$

   (b)
$$\begin{array}{llllll}
\text{minimizar } z = & 4x_1 & -x_2 & +2x_3 & & \\
\text{sujeito a:} & x_1 & +x_2 & & \leq 5 \\
 & 2x_1 & +x_2 & & \leq 7 \\
 & & 2x_2 & +x_3 & \geq 6 \\
 & x_1 & & +x_3 & = 4 \\
 & \multicolumn{4}{l}{x_1 \geq 0, \;\; x_2, x_3 \in \mathbb{R}}
\end{array}$$

   (c)
$$\begin{array}{llllll}
\text{minimizar } z = & 4x_1 & +2x_2 & -x_3 & & \\
\text{sujeito a:} & x_1 & +2x_2 & & \leq 6 \\
 & 2x_1 & +x_2 & & \leq 7 \\
 & & 2x_2 & +x_3 & \geq 6 \\
 & x_1 & & +x_3 & = 4 \\
 & \multicolumn{4}{l}{x_1 \geq 0, \;\; x_2, x_3 \in \mathbb{R}}
\end{array}$$

3. A minha dieta exige que todos os alimentos que como venham de um dos quatro "grupos básicos de alimentos" (bolo de chocolate, sorvete, refrigerante e cheesecake). Presentemente, os quatro alimentos a seguir estão disponíveis para consumo: brownies, sorvete de chocolate, cola e cheesecake de ananás. Cada brownie custa 50 cêntimos, cada bola de sorvete de chocolate custa 20 cêntimos, cada garrafa de cola custa 30 cêntimos e cada pedaço de cheesecake de ananás custa 80 cêntimos. Todos os dias, devo ingerir pelo menos 500 calorias, 6 onças de chocolate, 10 onças de açúcar e 8 onças de gordura. O conteúdo nutricional por unidade de cada alimento é:

	Calorias	Chocolate (onças)	Açucar (Onças)	Gordura (Ounces)
Brownie	400	3	2	2
Sorvete de chocolate	200	2	2	4
Cola	150	0	4	1
Cheesecake de ananás	500	0	4	5

[Fonte: adaptado de *Winston*]

(a) Formule um modelo de programação linear que possa ser usado para satisfazer as minhas necessidades nutricionais diárias a um custo mínimo.

(b) Resolva o problema usando GLPK (ou outro software).

(c) Determine os valores ótimos de variáveis, variáveis duais, custos reduzidos e variáveis de folga.

(d) Formule o problema dual.

(e) Resolva o problema dual e determine os valores ótimos de variáveis, variáveis duais, custos reduzidos e variáveis de desvio.

(f) Verifique que o teorema dos desvios complementares se aplica e dê-lhe uma interpretação econômica.

4. A Glassco fabrica copos: vinho, cerveja, champanhe e uísque. Cada tipo de copo requer tempo na linha de moldagem, tempo na linha de embalagem e uma certa quantidade de vidro. Os recursos necessários para fazer cada tipo de copo são:

	(Vinho) (x_1)	(Cerveja) (x_2)	(Champagne) (x_3)	(Uísque) (x_4)
Tempo na moldagem (min)	4	9	7	10
Tempo na embalagem (min)	1	1	3	40
Vidro (oz)	3	4	2	1
Preço de venda ($)	6	10	9	20

Presentemente, estão disponíveis 600 minutos de tempo de moldagem, 400 minutos de tempo de embalagem e 500 onças de vidro. Supondo que a Glassco quer maximizar a receita, o seguinte PL deve ser resolvido: [fonte: Winston]

$$\begin{array}{rrrrrl}
\max z = & 6x_1 & +10x_2 & +9x_3 & +20x_4 & \\
\text{sujeito a:} & 4x_1 & +9x_2 & +7x_3 & +10x_4 & \leq 600 \\
& x_1 & +x_2 & +3x_3 & +40x_4 & \leq 400 \\
& 3x_1 & +4x_2 & +2x_3 & +x_4 & \leq 500 \\
& & & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 & &
\end{array}$$

Pode-se mostrar que a solução ótima para este PL é $z = \frac{2800}{3}, x_1 = \frac{400}{3}, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = \frac{20}{3}, s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = \frac{280}{3}$.

(a) Determine o dual do problema da Glassco.

(b) Usando a solução primal ótima dada e o teorema dos desvios complementares, encontre a solução ótima para o dual do problema da Glassco.

(c) Encontre um exemplo de cada uma das condições dos desvios complementares (por exemplo, uma folga positiva numa restrição implica uma variável dual correspondente igual a zero). Interprete cada exemplo em termos de preços sombra.