Aula 10

Expressividade do CCS e CCS com passagem de valores

Exclusão Mútua

- *Secção Crítica*: porção de código que só pode ser executado por um processo num dado instante
- Supõe-se que a execução da secção crítica por um só processo termina.
- *MUTEX* o problema consiste em ter
  1. um algoritmo de entrada $acquire\_mutex()$
  2. um algoritmo de saída $release\_mutex()$
- Enquadrando a seção crítica garantem

  Exclusão mútua : que o código da zona crítica é executado no máximo por um processo em cada instante.

  Starvation-freedom : cada processo que invoca $acquire\_mutex()$ termina, permitindo assim que os processos que querem entrar na zona crítica o possam fazer.

Algoritmo de Peterson para a Exclusão Mútua

- P_1, P_2 processos
- variáveis partilhadas b_1, b_2 e k, sendo
- se $k = i$ então P_i pode entrar
- P_1 faz $k = 2$ (dá o privilégio a P_2)
- e simétricamente para P_2
- $b_i = true$ quando P_i espera
- $b_i = false$ quando P_i sai da zona crítica.

Processo P_i

while true do
  noncricital actions
  $b_i \leftarrow$ **true;**
  $k \leftarrow j$**;**
  while $b_j \wedge k = j$ **do**
    skip;
  critical actions
  $b_i \leftarrow$ **false**;

Algoritmo de Peterson em CCS

- As variáveis são *processos* cujos estados são os seus possíveis valores
- Para b_1 temos estados B_{1t} e B_{1f}
- Outros processos podem ler ou escrever o valor de variáveis comunicando com o respectivo processo o valor pretendido
- Para um processo ler **true** em b_1 sincroniza com esse processo por uma ação (canal) p.e $b1rt$
- Para um processo escrever **false** em b_1 sincroniza com esse processo por uma ação (canal) p.e $b1wf$

Processos para as variáveis

$$\begin{aligned} B_{1f} &:= b1rf!.B_{1f} + b1wf?.B_{1f} + b1wt?.B_{1t} \\ B_{1t} &:= b1rt!.B_{1t} + b1wf?.B_{1f} + b1wt?.B_{1t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{2f} &:= b2rf!.B_{2f} + b2wf?.B_{2f} + b2wt?.B_{2t} \\ B_{2t} &:= b2rt!.B_{2t} + b2wf?.B_{2f} + b2wt?.B_{2t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_1 &:= kr1!.K_1 + kw1?.K_1 + kw2?.K_2 \\ K_2 &:= kr2!.K_2 + kw1?.K_1 + kw2?.K_2 \end{aligned}$$

Processos para P_1 e P_2

- apenas modelar a entrada e saída da zona crítica
- supomos que não podem terminar na zona crítica ou ficar lá para sempre
- para representar o ciclo **while** para P_1 temos um estado P_{11} tal que
  - ler os valores de b_2 e k
  - esperar se $b_2 = \mathbf{true} \wedge k = 2$
  - mudar de estado, P_{12}
  - em P_{12} entrar e sair da zona critica
  - mas como avaliar $b_j \wedge k = j$?
  - supomos da esquerda para a direita e a segunda não é avaliada se a primeira for falsa

Processos para P_1 e P_2 em CCS

$$\begin{aligned} P_1 &:= b1wt!.kw2!.P_{11} \\ P_{11} &:= b2rf?.P_{12} + b2rt?.(kr2?.P_{11} + kr1?.P_{12}) \\ P_{12} &:= enter1.exit1.b1wf!.P_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2 &:= b2wt!.kw1!.P_{21} \\ P_{21} &:= b1rf?.P_{22} + b1rt?.(kr1?.P_{21} + kr2?.P_{22}) \\ P_{22} &:= enter2.exit2.b2wf!.P_2 \end{aligned}$$

Algoritmo de Peterson em CCS

Se $k = 1$ no inicio

$$Peterson := (P_1|P_2|B_{1f}|B_{2f}|K_1)\backslash L$$

onde L são todas as ações excepto as de entrada e saída. Ficheiro no Pseuco: `https://pseuco.com/#/edit/remote/tkxz8fpu1t8ke56bj9uo`

Exclusão mutua em CCS

Se se modelar a entrada e a saída da zona crítica fica

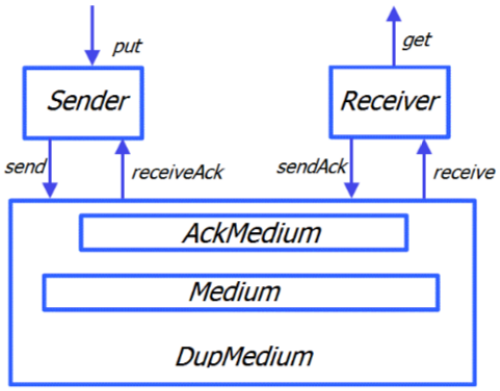
$$MutexSpec := enter1.exit1.MutexSpec + enter2.exit2.MutexSpec$$

Será que $MutexSpec \approx Peterson$?
Não. Verifica que depois de

$$Peterson \stackrel{\tau}{\Rightarrow} (P_{12}|P_{21}|B_{1t}|B_{2t}|K_1)\backslash L$$

o estado atingido não tem transição por $enter_2$.
Contudo pode-se provar que são equivalentes por traços fracos.

Exemplo de um Protocolo com erro no meio –Pseuco



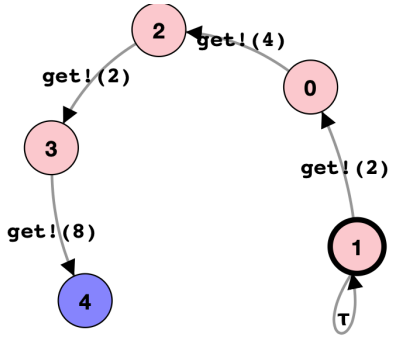
$$
\begin{array}{rcl}
Sender & := & put?.send!.Sending \\
Sending & := & receiveAck?.Sender + receiveNAck?.send!.Sending \\
Receiver & := & receive?.get?.sendAck!.Receiver + \\
 & & gargled?.sendNAck!.Receiver \\
Medium & := & send?.(receive!.Medium + i.garbled!.Medium) \\
AckMedium & := & sendAck?.receiveAck!.AckMedium + \\
 & & sendNAck?.receivedNAck!.AckMedium \\
DupMedium & := & Medium|AckMedium \\
Protocol & := & (Sender \mid Receiver \mid DupMedium)\backslash \\
 & & \{send, receive, sendAck, receiveAck, \\
 & & receiveNAck, sendNAck, garbled\}
\end{array}
$$

Envio de uma mensagem

$$
\begin{array}{rcl}
Sender & := & put?x.send!x.Sending[x] \\
Sending[x] & := & receiveAck?.Sender + receiveNAck?.send!x.Sending[x] \\
Receiver & := & receive?x.get?x.sendAck!.Receiver + \\
 & & gargled?.sendNAck!.Receiver \\
Medium & := & send?x.(receive!x.Medium + i.garbled!.Medium) \\
AckMedium & := & sendAck?.receiveAck!.AckMedium + \\
 & & sendNAck?.receivedNAck!.AckMedium \\
DupMedium & := & Medium|AckMedium \\
Protocol & := & (Sender \mid Receiver \mid DupMedium)\backslash \\
 & & \{send, receive, sendAck, receiveAck, \\
 & & receiveNAck, sendNAck, garbled\}
\end{array}
$$

$Protocol|put!1.put!2.put!3.put!4.0\backslash\{put\}$

$Protocol|put!1.put!2.put!3.put!4.0\backslash\{put\}$



CCS_{vp} com passagem de valor

- $a!v$: saída do valor v no canal a (enviar)
- $a?v$: entrada do valor v pelo canal a (receber)
- ou usar variáveis
- $a!x$: saída do valor guardado em x no canal a (enviar)
- $a?x$: entrada de um valor que se guarda em x pelo canal a (receber)
- e os nomes podem ter variáveis como parametros permitindo assim enviar e receber valores ($A[x, y]$)

CCS_{vp} com passagem de valor

Sendo $\mathbb{V}$ um conjunto de valores e $\mathbb{K}$ um conjunto de canais temos

$$\begin{aligned} A^{!} &= \{a!v \mid a \in \mathbb{K}, v \in \mathbb{V}\} \cup \{a! \mid a \in \mathbb{K}\}, \\ A^{?} &= \{a?v \mid a \in \mathbb{K}, v \in \mathbb{V}\} \cup \{a? \mid a \in \mathbb{K}\}, \\ Com &= A^{!} \cup A^{?} \\ Act &= Com \cup \{\tau\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &::= 0 \mid X[r_1, \ldots, r_n] \mid P + P \mid \chi.P \mid P|P \mid P\backslash H \\ \chi &::= \tau \mid a! \mid a? \mid a!v \mid a?v \mid a!x \mid a?x \end{aligned}$$

onde $X \in Var$, $x \in D$, $r_i \in D \cup \mathbb{V} \cup \mathbb{K}$

Regras do CCS_{vp}

$$\text{Pref}\ \frac{\alpha \in Act}{\alpha.P \xrightarrow{\alpha} P}$$

$$\text{Input}\ \frac{v \in \mathbb{V}}{a?x.P \xrightarrow{a?v} P\{v/x\}}$$

onde $P\{v/x\}$ é P onde x é substituito por v

$$\begin{aligned} (a!y.P)\{v/x\} &= a!y.P\{v/x\} \quad \text{se } y \neq x \\ (a!x.P)\{v/x\} &= a!v.P\{v/x\} \\ (a?y.P)\{v/x\} &= a?y.P\{v/x\} \quad \text{se } y \neq x \\ (a?x.P)\{v/x\} &= a?x.P \\ X[x]\{v/x\} &= X[v] \\ X[y]\{v/x\} &= X[y] \quad \text{se } y \neq x \end{aligned}$$

Para as restantes expressões é passado para as subexpressões. $put?x : 0..9.send!x.0$

$$\text{Rec}\ \frac{P\{v_1/r_1, \ldots, v_n/r_n\} \xrightarrow{\alpha} P' \qquad \Gamma(X[r_1, \ldots, r_n]) = P}{X[r_1, \ldots, r_n] \xrightarrow{\alpha} P'}$$

$$\begin{aligned} send!y.Sending[x]\{3/x, 5/y\} &= send!5.Sending[3] \\ send!y.Sending[x]\{3/x, 5/y, receive/send\} &= receive!5.Sending[3] \end{aligned}$$

when: **Condicional bloqueador**

Supomos $\mathbb{V} = \mathbb{Z}$ (CCS^{Z}_{vp})

$$B[x] \quad := \quad when(x < 4)put?.B[x+1] + when(x > 0)get?.B[x-1]$$

$B[0]$ ou $B[5]$ o que fazem?

$$\begin{array}{rcl} send!(x+y)3/x, 5/y & = & sent!(8) \\ 3+5 & \Downarrow & 8 \end{array}$$

- $when(b)P$ se b é verdade comporta-se como P senão bloqueia.
- avaliação de expressões $e \Downarrow z$: a expressão e avalia para z

$$P \quad ::= \quad 0 \mid X[r_1, \ldots, r_n] \mid P + P \mid \chi.P \mid P|P \mid P\backslash H \mid when(b)P$$

$$\begin{array}{rcl} IterMult[z, x, y] & := & when(x > 0)i.IterMult[z + y, x - 1, y] \\ & & +when(x == 0)println!z.0 \\ IterMult[0, 3, 7] & & \end{array}$$

Regras CCS^{Z}_{vp}

$$\text{Pref}\ \frac{\alpha \in Act}{\alpha.P \xrightarrow{\alpha} P}$$

$$\text{Input}\ \frac{v \in \mathbb{V}}{a?x.P \xrightarrow{a?v} P\{v/x\}}$$

$$\text{Rec}\ \frac{P\{v_1/r_1, \ldots, v_n/r_n\} \xrightarrow{\alpha} P' \qquad \Gamma(X[r_1, \ldots, r_n]) = P}{X[r_1, \ldots, r_n] \xrightarrow{\alpha} P'}$$

$$\text{Output}\ \frac{e \Downarrow z}{a!e.P \xrightarrow{a!.z} P}$$

$$\text{Valor}\ \frac{e \Downarrow z}{a?e.P \xrightarrow{a?z} P}$$

$$\text{cond}\ \frac{P \xrightarrow{\alpha} P' \qquad b \Downarrow True}{when(b)P \xrightarrow{\alpha} P'}$$

Factorial...como sempre

$$\begin{aligned} Fac[n,j] &:= when(j>0)i.Fac[n*j, j-1] \\ &\quad + when(j==0)println!n.0 \end{aligned}$$

$Fac[1,5]$

Células de Memória (partilhada)

$$Cell_x[cur] := get_x!cur.Cell_x[cur] + set_x?new : 0..2.Cell_x[new]$$

Mais geralmente:

$$Cell[rd, wr, x] := rd!x.Cell[rd, wr, x] + wr?y.Cell[rd, wr, y]$$

- $Cell[rd, wr, 5]$
- $Cell[rdA, wrA, 0]|Cell[redB, wrB, 0]$

$$\begin{aligned} Cells &:= Cell[rdA, wrA, 0]|Cell[rdB, wrB, 0] \\ Serve &:= mult?.rdA?x : R.rdB?y : R.IterMult[0, x, y] \\ IterMult[z, x, y] &:= when(x>0)i.IterMult[z+y, x-1, y] \\ &\quad + when(x==0)println!z.Serve \\ Use &:= wrA!7.wrB!5.mult!.0 \end{aligned}$$

$(Cells|Serve|Use)\backslash rdA, wrA, rdB, wrB, mult$

Qual o resultado?

Factorial...como sempre

$$\begin{aligned} Fac[n,j] &:= when(j>0)i.Fac[n*j, j-1] \\ &\quad + when(j==0)println!n.0 \end{aligned}$$

$Fac[1,5]$ Versão iterativa

$$\begin{aligned} Fak &:= rdJ?j : R.(when(j>0)rdN?n.wrN!(n*j).wrJ!(j-1).Fak \\ &\quad + when(j==0)rdN?n.print!n.0) \\ Cell[v, rd, wr] &:= rd!v.Cell[v, rd, wr] + wr?x : R.Cell[x, rd, wr] \\ Cells &:= Cell[0, rdN, wrN]|Cell[0, rdJ, wrJ] \end{aligned}$$

$(wrN!1.wrJ!5.Fak|Cells)\backslash rdN, wrN, rdJ, wrJ$

O CCS_{vp} pode ser embebido no CCS

..logo é só "syntatic sugar"...

CCS_{vp}	CCS
$a!v.P$	$a_v!.P$
$a?x.P$	$\sum_{v \in \mathbb{V}} a_v?.P\{v/x\}$
$X[u_1, \ldots, u_n]$	$X_{u_1,\ldots,u_n}$

Isto é basta usar ações e nomes indexados, podendo ser considerados conjuntos infinitos de índices ($\mathbb{V}$ ou D)