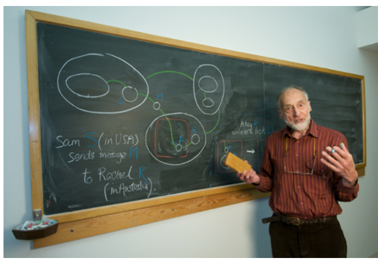
Aula 3

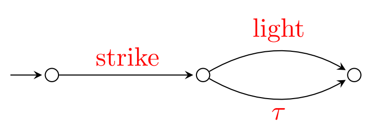
CCS: Calculus of Communicating Systems




1989

CCS:Calculus of Communicating Systems

- o processo mais simples é o que não executa nenhuma ação(deadlock): 0
- Se P é um processo e a uma ação $a.P$ é um processo: que executa a e depois comporta-se como P $\longrightarrow (a.P) \xrightarrow{a} (P)$
- Um fósforo: $strike.light.extinguish.0$ $\longrightarrow \circ \xrightarrow{strike} \circ \xrightarrow{light} \circ \xrightarrow{extinguish} \circ$
- Uma máquina de vender café: $coin.coffee.0$
- Ações internas: τ
- $strike.\tau.0$



- Se houver uma escolha $strike.(light.0+\tau.0)$
- Dois fósforos em paralelo: $strike.(light.0|\tau.0)$

Operadores do CCS

". "Prefixo a execução de $\alpha.P$ começa com a execução da ação $\alpha \in Act$ e depois comporta-se como P

"+"Escolha O processo $P+Q$ comporta-se como o processo P ou o processo Q. É a escolha não determinística

"|"Composição Paralela O processo $P|Q$ representa a execução concorrente de P e Q (que progridem independentemente um do outro).

CCS_0 Sequencial sem recursão

Seja *Act* um conjunto de ações. O conjunto de expressões do CCS_0 são dadas pela seguinte gramática

$$P \quad ::= \quad 0 \mid P + P \mid \alpha.P$$

onde supomos as seguintes regras de prioridades

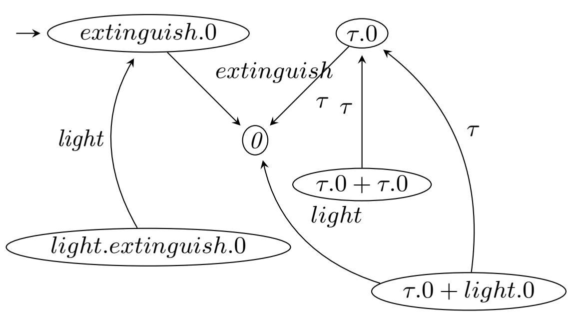
- $P + Q + R$ é $(P + Q) + R$
- $\alpha.\beta.P$ é $\alpha.(\beta.P)$
- $\alpha.P + Q$ é $(\alpha.P) + Q$
- e por vezes omitimos o 0: $\alpha.\beta$ em vez de $\alpha.\beta.0$
- Ex: $strike.(light.0 + \tau.0) \in CCS_0$

Semântica do CCS_0

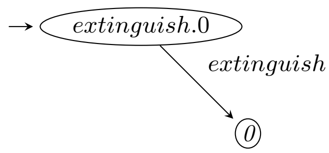
O semântica duma expressão P é $[\![P]\!] = (S, \longrightarrow, s_0)$. onde:

- $S = \{Q \mid Q \in CCS_0\}$ i.e as expressões válidas do CCS_0 (que tipo de LTS será?)
- $s_0 = P$
- $\longrightarrow \in (CCS_0 \times Act \times CCS_0)$

Exemplo 3.1 (Fragmento dum LTS para um P)**.** *$Act = \{strike, light, extinguish, \tau\}$ para $[\![extinguish.0]\!]$ temos:*



Exemplo 3.2 (Fragmento do LTS para um processo P)**.** *$Act = \{strike, light, extinguish, \tau\}$ para $[\![extinguish.0]\!]$ Mas, pretendemos apenas o fragmento acessível:*



Regras de Inferência

- Permitem definir um LTS cujos estados são expressões e existe uma transição $P \xrightarrow{\alpha} Q$ se esta poder ser demonstrada a partir das regras.
- Uma regra é da forma
$$\frac{P_1 \cdots P_n}{P}$$
- $P_1, \ldots, P_n$ são as *Premissas* ou Hipóteses
- P é a *Conclusão*
- Significa: se $P_1, \ldots, P_n$ se verificarem então P também se verifica (pode ser inferido)
- Se $n = 0$ então a P é um *Axioma*

Regras do CCS_0

$$\text{Prefixo}\ \frac{}{\alpha.P \xrightarrow{\alpha} P}$$

$$\text{EscolhaE}\ \frac{P \xrightarrow{\alpha} P'}{P + Q \xrightarrow{\alpha} P'}$$

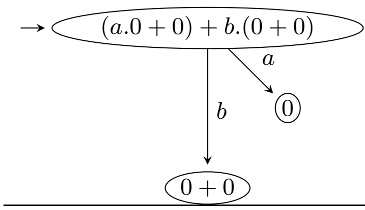
$$\text{EscolhaD}\ \frac{Q \xrightarrow{\alpha} Q'}{P + Q \xrightarrow{\alpha} Q'}$$

Exemplo

$$[\![(a.0+0)+b.(0+0)]\!]$$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{}{a.0 \xrightarrow{\alpha} 0}\ \text{Prefixo}}{a.0+0 \xrightarrow{\alpha} 0}\ \text{EscolhaE}}{(a.0+0)+b.(0+0) \xrightarrow{\alpha} 0}\ \text{EscolhaE}$$

$$\cfrac{b.(0+0) \xrightarrow{\alpha} 0+0}{(a.0+0)+b.(0+0) \xrightarrow{\alpha} 0+0}\ \text{EscolhaD}$$



Prefixo $\frac{}{\alpha.P \xrightarrow{\alpha} P}$ EscolhaE $\frac{P \xrightarrow{\alpha} P'}{P+Q \xrightarrow{\alpha} P'}$ EscolhaD $\frac{Q \xrightarrow{\alpha} Q'}{P+Q \xrightarrow{\alpha} Q'}$

Semântica do CCS_0 (II)

A relação $\longrightarrow$ é a menor tal que, para todo $\alpha \in Act$ e $P, Q \in CCS_0$,

- $(\alpha.P, \alpha, P) \in \longrightarrow$
- $(P+Q, \alpha, P') \in \longrightarrow)$ se $(P, \alpha, P') \in \longrightarrow$
- $(P+Q, \alpha, Q') \in \longrightarrow)$ se $(Q, \alpha, Q') \in \longrightarrow$
- nada mais está em $\longrightarrow$

Prefixo $\frac{}{\alpha.P \xrightarrow{\alpha} P}$ EscolhaE $\frac{P \xrightarrow{\alpha} P'}{P+Q \xrightarrow{\alpha} P'}$ EscolhaD $\frac{Q \xrightarrow{\alpha} Q'}{P+Q \xrightarrow{\alpha} Q'}$

Semântica do CCS_0 (II)

O conjunto de todos os LTS sobre expressões do CCS_0 é

$$LTS_0 = \{(CCS_0, T, P) \mid T \subseteq (CCS_0 \times Act \times CCS_0, P \in CCS_0\}$$

A semântica das expressões do CCS_0 é então

$$[\![\_]\!] : CCS_0 \to LTS_0$$

tal que

$$[\![P]\!] = (CCS_0, \longrightarrow, P)$$

com $\longrightarrow$ definida no slide anterior.

- Contudo apenas interessa um fragmento de $[\![P]\!]$
- Só interessam estados atingíveis de P
- Só interessam as acções dos estados atingíveis
- Não interessam os nomes dos estados atingíveis
- Por exemplo $\alpha.0 + 0$ e $0 + \alpha.0$ não têm o mesmo LTS (verifica) mas são *isomorfos.*

Isomorfismo

Dois LTS $TS = (S, \longrightarrow, s_0)$ and $TS' = (S', \longrightarrow', s'_0)$ são isomorfos, $TS \sim TS'$, se existe uma bijeção f com

$$f : Reach(TS) \to Reach(TS')$$

com

- $f(s_0) = s'_0$
- para todos os $s_1, s_2 \in Reach(TS)$ e para toda $\alpha \in Act$

$$s_1 \xrightarrow{\alpha} s_2 \quad sse \quad f(s_1) \xrightarrow{\alpha}{}' f(s_2)$$

- Dois LTSs isomorfos são indistinguíveis para um observador.

Exercício 3.1. *Mostrar que o isomorfismo de LTSs é uma relação de equivalência.* $\diamond$

Exercício 3.2. *Mostrar que um LTS que é finitamente ramificado e tem um número finito de estados é isomorfo a um LTS finito por estados.* $\diamond$

Exercício 3.3. *Mostra que dado um LTS finito TS (acíclico) existe uma expressão P do CCS_0 tal que $TS = [\![P]\!]$.* $\diamond$