

# Matemática Recreativa

Editor:  
*António Machiavelo*

---

## Um manuscrito perdido do Dr. Watson: Sherlock Holmes e o Sudoku

PARTE I (?)

**António Machiavelo e Rogério Reis**

Departamento de Matemática Pura e Departamento de Ciência dos Computadores  
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

### 1. Um achado extraordinário

Um jovem amigo nosso, portuense de ascendência britânica, fez recentemente uma descoberta fascinante quando vasculhava nuns caixotes há muito esquecidos no sótão da casa de família. Dentro de um deles encontrou um amontoado de folhas manuscritas, já muito amareladas e algo roídas pelo tempo. Uma rápida leitura deixou-o atónito: o autor era, nem mais nem menos que, o famoso Dr. Watson, de quem o seu avô afirmara em diversas ocasiões descender. Numa caligrafia quase imperscrutável, fazendo juz à sua profissão, essas folhas revelam uma história verdadeiramente surpreendente que o nosso amigo generosamente nos permitiu aqui reproduzir em primeiríssima mão, exigindo apenas que mantivéssemos o mais rigoroso sigilo sobre a sua identidade.

## 2. O conteúdo do manuscrito

*O dia estava cinzento, chuvoso e frio. O meu caro amigo Holmes saíra muito cedo e eu, sem nada que fazer, já depois de ter lido o Daily News quase de uma ponta à outra, passei os olhos por uma secção a que normalmente não dou qualquer atenção, a secção de problemas e quebra-cabeças na penúltima página do jornal. Um problema de um tipo que eu nunca antes vira despertou a minha curiosidade. Consistia em completar o quadrado que reproduzo na figura 1 usando os números de 1 a 9, de modo a que cada linha, cada coluna, e cada um dos 9 blocos devidamente assinalados contenha um e um só desses números.*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a		3	7	6	4				
b		5				7			8
c				3	2			7	4
d		9			3				
e	5	6		7		2			
f			8					2	
g			6					8	
h				4					9
i					8	1	6		5

  

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	<sup>1 2</sup> <sub>8 9</sub>	3	7	6	4	<sup>5</sup> <sub>8 9</sub>	<sup>1 2</sup> <sub>5 9</sub>	<sup>1</sup> <sub>5 9</sub>	<sup>1 2</sup>
b	<sup>1 2</sup> <sub>4 6 9</sub>	5	<sup>1 2</sup> <sub>4 9</sub>	<sup>1</sup> <sub>9</sub>	<sup>1</sup> <sub>9</sub>	7	<sup>1 2 3</sup> <sub>7 9</sub>	<sup>1 3</sup> <sub>6 9</sub>	8
c	<sup>1</sup> <sub>6 8 9</sub>	<sup>1</sup> <sub>8</sub>	<sup>1</sup> <sub>9</sub>	3	2	<sup>5</sup> <sub>8 9</sub>	<sup>1</sup> <sub>5 9</sub>	7	4
d	<sup>1 2</sup> <sub>4 7</sub>	9	<sup>1 2</sup> <sub>4 8</sub>	<sup>1</sup> <sub>5 8</sub>	3	<sup>4 5 6</sup> <sub>8 8</sub>	<sup>1 4 5</sup> <sub>7 8</sub>	<sup>1 4 5 6</sup> <sub>7 8</sub>	<sup>1</sup> <sub>6</sub>
e	5	6	<sup>1 3</sup> <sub>4 8 9</sub>	7	<sup>1</sup> <sub>9</sub>	2	<sup>1 3</sup> <sub>4 8 9</sub>	<sup>1 3</sup> <sub>4 9</sub>	<sup>1 3</sup>
f	<sup>1 3</sup> <sub>4 7</sub>	<sup>1</sup> <sub>4 7</sub>	8	<sup>1</sup> <sub>5 9</sub>	<sup>1</sup> <sub>5 6 9</sub>	<sup>4 5 6</sup> <sub>7 9</sub>	<sup>1 3</sup> <sub>4 5 9</sub>	2	<sup>1 3</sup> <sub>6 7</sub>
g	<sup>1 2 3</sup> <sub>4 7 9</sub>	<sup>1 2</sup> <sub>4 7</sub>	6	<sup>2</sup> <sub>5 9</sub>	<sup>5</sup> <sub>7 9</sub>	<sup>3</sup> <sub>5 9</sub>	<sup>1 2 3</sup> <sub>4 7</sub>	8	<sup>1 2 3</sup> <sub>7</sub>
h	<sup>1 2 3</sup> <sub>7 8</sub>	<sup>1 2</sup> <sub>7 8</sub>	<sup>1 2 3</sup> <sub>5</sub>	4	<sup>5 6</sup> <sub>7 9</sub>	<sup>5 6</sup> <sub>7</sub>	<sup>1 2 3</sup> <sub>7</sub>	<sup>1 3</sup>	9
i	<sup>2 3</sup> <sub>4 7 9</sub>	<sup>2</sup> <sub>4 9</sub>	<sup>2 3</sup> <sub>4 9</sub>	<sup>2</sup> <sub>9</sub>	8	1	6	<sup>4 3</sup> <sub>4 9</sub>	5

Figura 1: O primeiro Sudoku.

*Deduzir os números em falta revelou-se uma tarefa muito mais árdua do que eu esperava de um problema saído das páginas de um matutino. Não me dei por vencido, apesar de tudo, e tentei uma abordagem mais metódica. Inscrevi em cada um das casas vazias as alternativas possíveis, de acordo com as regras estipuladas. Esperava que isto facilitasse a descoberta de pistas para a solução. O resultado é o que consta da figura 1.*

*Depois de alguns minutos de observação atenta, o meu esforço foi finalmente recompensado e reparei que havia uma única possibilidade de colocar um 5 na coluna 3, pelo que deduzi assim o valor da posição h3! Animado por este sucesso, rapidamente fiz várias outras deduções do mesmo género [é o leitor capaz de as reproduzir?], até chegar à situação representada na figura 2.*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 8\ 9 \end{matrix}$	3	7	6	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 5\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 5 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 9 \end{matrix}$
b	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 4\ 9 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 4\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 9 \end{matrix}$	7	3	6	8
c	6	$\begin{matrix} 1 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 9 \end{matrix}$	3	2	$\begin{matrix} 5 \\ 8\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 5 \\ 9 \end{matrix}$	7	4
d	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 4\ 7 \end{matrix}$	9	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 4\ 9 \end{matrix}$	8	3	$\begin{matrix} 4\ 5\ 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 4\ 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 4\ 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 7\ 6 \end{matrix}$
e	5	6	$\begin{matrix} 1\ 3 \\ 4 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 1 \\ 9 \end{matrix}$	2	8	$\begin{matrix} 1\ 3 \\ 4\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 3 \\ 9 \end{matrix}$
f	$\begin{matrix} 1\ 3 \\ 4\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 4\ 7 \end{matrix}$	8	$\begin{matrix} 1\ 5 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 5\ 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4\ 5\ 6 \\ 9\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 4\ 5 \\ 7\ 9 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 1\ 3 \\ 7\ 6 \end{matrix}$
g	$\begin{matrix} 1\ 2\ 3 \\ 4\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 4\ 7 \end{matrix}$	6	$\begin{matrix} 2 \\ 5\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 4\ 7 \end{matrix}$	8	$\begin{matrix} 1\ 2\ 3 \\ 7 \end{matrix}$
h	$\begin{matrix} 1\ 2\ 3 \\ 7\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 7\ 8 \end{matrix}$	5	4	$\begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1\ 3 \\ 9 \end{matrix}$	9
i	$\begin{matrix} 2\ 3 \\ 4\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 4\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2\ 3 \\ 4\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 9 \end{matrix}$	8	1	6	$\begin{matrix} 4\ 3 \\ 9 \end{matrix}$	5

Figura 2: Depois de alguns avanços iniciais.

*Chegado a este ponto, não me pareceu nada fácil avançar. Entretanto, o aroma da refeição que a Sra. Hudson acabara de preparar fez-me perceber que era chegada a hora de almoço. Interrompi as minhas tentativas para saborear a deliciosa refeição.*

*Depois do almoço, como Sherlock ainda não regressara e a tarde prosseguia numa toada triste e sombria, voltei ao problema ainda inacabado. Extrair informação parecia bem mais difícil do que até aí acontecera. A repetição do par (1,9) nas posições b4 e b5 intrigava-me há já algum tempo. Após alguma ponderada reflexão sobre se poderia daí deduzir alguma coisa, apercebi-me que, apesar de não poder concluir qual a posição do 1 e do 9 nessas duas casas, esses números tinham necessariamente de ocorrer numa dessas posições! E isto permitia descartar a possibilidade da ocorrência do número 1 nas casas b1 e b3 e do 9 nas casas b1, b3, a6 e c6. Encontrei outras situações semelhantes, que me permitiram eliminar mais umas quantas possibilidades [será o leitor capaz de reconstituir quais?]. Reparei ainda que no bloco superior direito, o 2 ocorre necessariamente nas casas da primeira linha, o que o exclui das possibilidades para a casa a1. Algo de análogo acontece com o 7 na última linha. Cheguei assim à posição representada na figura 3.*

*Senti-me deveras satisfeito com estas minhas pequenas conquistas. Porém logo de seguida enfrentei um longo período de estagnação. Após inúmeras tentativas, apercebi-me a certa altura de mais um detalhe deveras curioso. A suposição de que na posição g1 está um 4 conduz à impossibilidade de colocar*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	<sup>1</sup> 8 9	3	7	6	4	<sup>5</sup> 8	<sup>1 2</sup> 5 9	<sup>1 5</sup> 9	<sup>1 2</sup>
b	<sup>4 2</sup>	5	<sup>4 2</sup> 9	<sup>1</sup> 9	<sup>1</sup>	7	3	6	8
c	6	<sup>1</sup> 8	<sup>1</sup> 9	3	2	<sup>5</sup> 8	<sup>1 5</sup> 9	7	4
d	<sup>1 2</sup> 4 7	9	<sup>1 2</sup> 4	8	3	<sup>4 6</sup> 7	<sup>1 4 5</sup> 7 9	<sup>1 4 5</sup> 7	<sup>1</sup> 6
e	5	6	<sup>1 3</sup> 4	7	<sup>1</sup> 9	2	8	<sup>1 3</sup> 4 9	<sup>1 3</sup>
f	<sup>1 3</sup> 4 7	<sup>1</sup> 4 7	8	<sup>1 5</sup> 9	<sup>5 6</sup>	<sup>4 6</sup> 9 7	<sup>1 4</sup> 7 9	2	<sup>1 3</sup> 7 6
g	<sup>1 3</sup> 4 9	<sup>1 2</sup> 4	6	<sup>2 5</sup> 9 7	<sup>5</sup>	<sup>3 1 2</sup> 4 9 7	8	<sup>1 2 3</sup> 7	
h	<sup>1 3</sup> 8	<sup>1 2</sup> 8	5	4	<sup>6</sup> 7	<sup>3 6</sup> 7	<sup>1 2</sup> 7	<sup>1 3</sup>	9
i	<sup>4 3</sup> 7 9	<sup>2</sup> 4 7	<sup>3</sup> 4 9	<sup>2</sup> 9	8	1	6	<sup>4 3</sup>	5

Figura 3: Após a eliminação de várias possibilidades.

o número 4 no bloco central direito! **[Porquê?]** A descoberta merecia um pequeno intervalo acompanhado de um cálice de Porto. Mal podia esperar pelo regresso de Holmes para lhe apresentar este quebra-cabeças e mostrar estas minhas deduções de que, aliás, me sentia deveras orgulhoso.

Após um segundo cálice, voltei ao trabalho e depois de alguns novos avanços, que com o entusiasmo do momento infelizmente não registei, cheguei à posição da figura 4.

Após esta actividade quase febril, cheguei a um novo impasse. Bateram as 4 horas... Eu há já bem mais de uma hora que não conseguia progredir e o problema começava a me atormentar, quando Holmes irrompeu pela sala. Vinha aborrecido e um pouco exaltado.

– Lestrade e Gregson... os melhores inspectores da Scotland Yard! – exclamou sarcasticamente – E não conseguem resolver o caso mais simples! Gastei o dia todo em trivialidades!...

A modéstia nunca foi o forte do meu amigo, mas era-lhe difícil perceber que os outros não treinassem metodicamente, como ele o fazia, os poderes de dedução e observação, que nele atingiam níveis realmente inigualáveis. Resumi o caso em que gastara o dia, um caso que tanto confundira os célebres inspectores e o modo simples como o resolvera. De facto, e como era usual, depois de ouvir o encadeamento dos seus raciocínios tudo se tornava claro e óbvio.

A entrada da Sra. Hudson com o carrinho do chá acalmou Holmes.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	3	7	6	4	8	<sup>5</sup> <sub>9</sub>	<sup>5</sup> <sub>9</sub>	2
b	<sup>4</sup> <sub>2</sub>	5	<sup>4</sup> <sub>2</sub>	<sup>1</sup> <sub>9</sub>	<sup>1</sup> <sub>9</sub>	7	3	6	8
c	6	8	9	3	2	5	1	7	4
d	<sup>2</sup> <sub>4</sub>	9	<sup>1</sup> <sub>2</sub>	8	3	<sup>4</sup> <sub>6</sub>	<sup>4</sup> <sub>5</sub>	<sup>1</sup> <sub>4</sub>	<sup>1</sup> <sub>6</sub>
e	5	6	<sup>1</sup> <sub>4</sub>	<sup>3</sup> <sub>9</sub>	7	<sup>1</sup> <sub>9</sub>	2	8	<sup>1</sup> <sub>4</sub>
f	<sup>4</sup> <sub>7</sub>	<sup>3</sup> <sub>4</sub>	8	<sup>1</sup> <sub>5</sub>	<sup>5</sup> <sub>6</sub>	<sup>4</sup> <sub>6</sub>	<sup>4</sup> <sub>7</sub>	2	<sup>1</sup> <sub>3</sub>
g	<sup>3</sup> <sub>9</sub>	<sup>1</sup> <sub>2</sub>	6	<sup>2</sup> <sub>5</sub>	<sup>5</sup> <sub>7</sub>	<sup>3</sup> <sub>9</sub>	<sup>2</sup> <sub>7</sub>	8	<sup>1</sup> <sub>7</sub>
h	8	<sup>1</sup> <sub>2</sub>	5	4	<sup>6</sup> <sub>7</sub>	<sup>3</sup> <sub>6</sub>	<sup>2</sup> <sub>7</sub>	<sup>1</sup> <sub>3</sub>	9
i	<sup>2</sup> <sub>7</sub>	<sup>2</sup> <sub>9</sub>	<sup>4</sup> <sub>3</sub>	<sup>2</sup> <sub>9</sub>	8	1	6	<sup>4</sup> <sub>3</sub>	5

Figura 4: Que concluir sobre a casa e9?

*Aproveitei para lhe falar das minhas deduções. Fiquei surpreendido com a atenção com que me ouviu e dava a impressão de que a minha narrativa de algum modo o divertia.*

– ... e cheguei a esta situação da qual não consigo avançar há já uma boa hora. – *disse eu, ao concluir a minha narrativa e apontando o rascunho que fizera, representado na figura 4.*

– Um problema excelente para treinar o raciocínio, não acha? – *perguntou Holmes, com uma vivacidade que achei um pouco peculiar.*

– Sim, parece-me que sim, embora neste momento me dê a impressão de que a lógica não chegou e que terei de tentar várias hipóteses. . .

– Posso assegurar-lhe que não, meu caro Watson! Garanto-lhe que é possível deduzir algo, sem qualquer necessidade de fazer tentativas ao acaso!

– Como tem assim tanta certeza? – *inquiri.*

– Elementar! – *exclamou, com um sorriso malicioso dançando-lhe no rosto* – Sou eu o autor desse humilde quebra-cabeças!

– Não sabia que também compunha quebra-cabeças. . .

– Lembra-se Watson, que após ter escapado em Reichenbach Falls, andei em viagem pelo Tibete, por Meca, fixando-me finalmente em França durante algum tempo<sup>1</sup>?

– Como poderia esquecer-lo!?. . . A surpresa e choque que me causou quando reapareceu vindo do além e o relato extraordinário que me fez! . . .

<sup>1</sup>Ver [Doy03], p. 162.

Lembro-me como se tivesse sido ontem, Holmes!

– Pois bem, enquanto procurava informações sobre o paradeiro do Coronel Sebastian Moran, li atentamente os jornais<sup>2</sup> desse período<sup>3</sup>. Ora, nessa altura foram publicados em vários jornais franceses alguns problemas que atraíram a minha atenção e que me ajudaram a passar o tempo numa altura um pouco aborrecida da minha vida. No entanto, estes tinham um forte teor numérico, estando relacionados com quadrados mágicos, bimágicos e diabólicos<sup>4</sup>, que têm as suas atracções, mas eu, como muito bem sabe, meu caro Watson, prefiro os problemas que exercitam e aguçam os poderes de dedução pura, tão essenciais para lidar com situações com que muitas vezes me deparo no âmbito das investigações em que frequentemente me encontro envolvido. Criei assim uma variação dos quebra-cabeças franceses e tenho-me entretido a analisar questões várias sobre este novo tipo de problema. Comecei já a trabalhar numa monografia sobre o assunto, que será um pouco diferente das que escrevi até agora<sup>5</sup>, mas que terá também uma grande utilidade para o detective científico, justamente para exercitar a sua mente e os seus poderes de análise.

*Holmes fez uma breve pausa.*

– Sabe, Watson – *acrescentou* – a leitura de Euclides seria muito útil a um qualquer detective que se preze! Os *Elementos* são um monumento intemporal à dedução pura a partir dos mais modestos princípios<sup>6</sup>!

– Interrogo-me o que pensariam Lestrade e Gregson desta sua ideia – *disse, rindo-me ao imaginar as suas caras ao ouvirem tal sugestão*. – Uma monografia com quebra-cabeças talvez seja mais atractiva – *acrescentei*.

– É pena que assim seja, – *observou* – mas foi exactamente o que pensei. Infelizmente ainda não tive o tempo necessário para a concluir. Decidi, entretanto, experimentar a sagacidade dos nossos concidadãos londrinos com alguns dos meus problemas mais simples, publicando-os anonimamente no *Daily News*.

– Quanto à posição a que chegou, é evidente que somente o número 3

---

<sup>2</sup>Isto é corroborado por uma passagem em [Doy03], p. 172.

<sup>3</sup>Holmes refere-se aqui ao período 1891–1894. Ver: [Doy93] e [Doy03].

<sup>4</sup>Ver [Boy07] e <http://cboyer.club.fr/multimagie/English/SudokuAncestors.htm>. Todos estes detalhes abonam a favor da autenticidade do manuscrito encontrado pelo nosso amigo!

<sup>5</sup>[Doy90], p. 137.

<sup>6</sup>Este elogio de Sherlock Holmes à obra de Euclides não deve espantar o leitor que conheça bem, tanto as aventuras do detective mais famoso de todos os tempos, como essa obra notável do matemático de Alexandria. Notamos aqui, apenas a título de curiosidade, que há duas referências explícitas a «proposições euclidianas» nos escritos do Dr. Watson: [Doy87] pp. 27-28 e [Doy90] p. 135, ambas em capítulos intitulados «A Ciência da Dedução».

pode figurar em e9! – *acrescentou abruptamente.*

– Porquê? – *inquiri intrigado.*

– Elementar, meu caro Watson! Consideremos as duas possíveis soluções para o preenchimento da casa b4. Se lá estiver um 1, então daí resultará um 9 em b5, que por sua vez implicará um 1 em e5, o que garante o 3 em e9. Por outro lado, se suposermos que em b4 está um 9, tem-se a seguinte cadeia de implicações: 2 em i4; 5 em g4; 7 em g5; 1 em g9, que volta a resultar no mesmo 3 em e9. Portanto a conclusão para e9 não depende da suposição que fizermos.

– Genial!

– Esta minha observação simples – *continuou, ignorando o meu elogio* – serviu somente para mostrar que não seria necessário recorrer a tentativas cegas de resolução. Mas o meu amigo incorreu anteriormente num erro fatal e a situação a que chegou constitui um problema sem solução. – *afirmou peremptoriamente.*

*Fiquei...*

### 3. Algumas observações

Neste ponto o texto está bastante ilegível e lamentavelmente não tivemos ainda o tempo necessário para decifrar o que está escrito. Esperamos poder, num futuro próximo, trazer aos leitores deste *Boletim* o resto do conteúdo deste surpreendente manuscrito. Mas o que traduzimos e aqui transcrevemos deixa claro que Sherlock Holmes foi muito provavelmente o primeiro a inventar o problema que mais recentemente se tornou imensamente popular e que é conhecido pelo nome de *Sudoku*!

Não sabemos se a monografia que é referida no diálogo foi alguma vez terminada, mas certamente nunca veio a público. Não podemos deixar de referir, no entanto, que mais à frente no documento do Dr. Watson, o maior detective de todos os tempos refere alguns dos seus conteúdos, nomeadamente algumas questões interessantes, não sendo claro, do que conseguimos ler do texto, se Sherlock Holmes os havia ou não resolvido. Em particular:

1. Qual o número mínimo de entradas que um *Sudoku* deve ter para que a sua solução seja única?
2. Dada uma solução de um *Sudoku*, qual o número mínimo de entradas que é suficiente para a determinar? Ou seja, dado o conjunto dos *Sudokus* com uma determinada solução, qual o tamanho daquele que

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	7	8					5		
b					1				4
c									
d				2			9		
e	1							5	
f	3		4						
g			6					1	3
h		2		8		5			
i									

Figura 5: Sudoku com 17 entradas e solução única.

tem o menor número de entradas? Será este número o mesmo para todas as soluções?

A primeira destas questões é mencionada em [Bro06], [Dav08] e [HeM07]<sup>7</sup>, não sendo hoje conhecida a resposta, sabendo-se apenas que esse número é menor ou igual a 17. Gordon Royle, da *University of Western Australia*, coligiu até ao momento 47793 exemplos de *Sudokus* não-isomorfos<sup>8</sup> com 17 entradas e solução única, na esperança de que a sua análise forneça algumas ideias<sup>9</sup>. O exemplo da figura 5 foi retirado de [Bro06] e tem a propriedade curiosa de ser possível resolver apenas com passos «simples», isto é, há sempre um dígito que é o único que pode ser colocado numa determinada linha, coluna ou bloco. No artigo [Bro06] é também dado um exemplo de um *Sudoku* com 16 entradas que tem exactamente duas soluções.

Por outro lado, não encontramos nenhuma referência contemporânea ao problema 2.

<sup>7</sup>Todos disponíveis *online*, contendo muitas outras coisas que poderão interessar os leitores. As figuras deste artigo foram produzidas usando um programa escrito por Tom Davis, mencionado em [Dav08] e disponível em <http://www.geometer.org/puzzles>.

<sup>8</sup>Dois *Sudokus* com solução única dizem-se *isomorfos* se a solução de um puder ser transformada na outra por uma sucessão de operações dos seguintes tipos: renomeação dos 9 símbolos; transposição da matriz (ou seja, trocar linhas com colunas); permutações de linhas contidas numa linha de blocos; permutações de colunas contidas numa coluna de blocos; permutações de linhas ou de colunas de blocos.

<sup>9</sup>Ver <http://people.csse.uwa.edu.au/gordon/sudokumin.php>.

Terminamos com dois desafios ao leitor, a juntar aos que fomos indicando ao longo do diálogo: demonstrar que a posição a que Watson chegou (figura 4) não admite solução e resolver o problema inicial<sup>10</sup> (figura 1), aquele que poderá ter sido o primeiro *Sudoku*! Publicaremos no próximo número as resoluções mais elegantes que nos forem entretanto remetidas<sup>11</sup>.

## Referências

- [Boy07] Christian Boyer, *Sudoku's French Ancestors*, The Mathematical Intelligencer **29**, number 1 (2007) 37–44; *Sudoku's French Ancestors – Solutions to the Problems*, The Mathematical Intelligencer **29**, number 2 (2007) 59–63.
- [Bro06] Andries E. Brouwer, *Sudoku Puzzles and How to Solve Them*, Nieuw Archief voor Wiskunde **5/7**, nr. 4 (2006) 258–263.
- [Dav08] Tom Davis, *The Mathematics of Sudoku*, versão preliminar de 7 de Outubro de 2008, disponível *online* em: <http://www.geometer.org/mathcircles/sudoku.pdf>
- [Doy87] A. Conan Doyle, *Um Estudo em Vermelho* (1887), em *Aventuras de Sherlock Holmes*, vol. 1, Círculo de Leitores, 1981.
- [Doy90] A. Conan Doyle, *O Signo dos Quatro* (1890), em *Aventuras de Sherlock Holmes*, vol. 1, Círculo de Leitores, 1981.
- [Doy93] A. Conan Doyle, *O Problema Final* (1893), em *Aventuras de Sherlock Holmes*, vol. 3, Círculo de Leitores, 1981.
- [Doy03] A. Conan Doyle, *A Casa Vazia* (1903), em *Aventuras de Sherlock Holmes*, vol. 4, Círculo de Leitores, 1981.
- [Epp05] David Eppstein, *Nonrepetitive Paths and Cycles in Graphs with Applications to Sudoku*, Julho de 2005 (disponível *online* em ACM Computing Research Repository <http://www.acm.org/corr/>).
- [HeM07] Agnes M. Herzberg and M. Ram Murty, *Sudoku Squares and Chromatic Polynomials*, Notices of the AMS **54** (2007) 708–717.

<sup>10</sup>Que, por uma daquelas coincidências extremamente improváveis, mas que não deixam de acontecer, é isomorfo ao problema do fim do artigo [Epp05].

<sup>11</sup>Que podem ser enviadas por e-mail, para [ajmachia@fc.up.pt](mailto:ajmachia@fc.up.pt), ou para o endereço: António Machiavelo, Departamento de Matemática Pura, Rua do Campo Alegre, n.º 687, 4169-007, Porto.