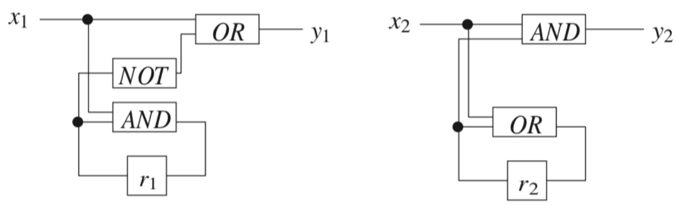
Parte I

(20%) 1. Determina os sistemas de transições associados aos seguintes circuitos sequênciais



(a) Supondo inicialmente $r_1 = 0$ e $r_2 = 0$, determina os sistemas de transições associados C_1 e C_2.

(b) O produto síncrono de dois sistemas (não considerando ações) $T_i = (S_i, \longrightarrow_i, I_i, AP_i, L_i)$ para $i = 1, 2$ é dado por $T_1 \otimes T_2 = (S_1 \times S_2, \longrightarrow, I_1 \times I_2, AP_1 \cup AP_2, L)$, com $L(\langle s_1, s_2\rangle) = L(s_1) \cup L(s_2)$ e

$$\frac{s_1 \longrightarrow_1 s_1' \ \wedge\ s_2 \longrightarrow_2 s_2'}{\langle s_1, s_2\rangle \longrightarrow \langle s_1', s_2'\rangle}$$

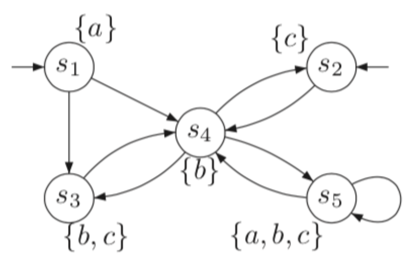
Determina a parte atingível do produto síncrono $C_1 \otimes C_2$.

(30%) 2. (a) Define o que é uma propriedade LT (Tempo linear) de segurança (safety) e o que é uma propriedade LT de vivacidade (liveness)

(b) Considera o conjunto $AP = \{ A, B \}$ de proposições atómicas. Especifica as seguintes propriedades como propriedades LT e para cada uma indica se é um invariante, de segurança, de vivacidade ou nenhuma delas.

a) B não deve ocorrer nunca
b) A deve ocorrer exactamente uma vez
c) A e B devem alternar um número infinito de vezes
d) Deve haver um ponto a partir do qual B deve ser seguido de A

(25%) 3. Considera o sistema de transições abaixo com $AP = \{a, b, c\}$. Para cada fórmula φ_i indica se são CTL



ou LTL e decide se $T \models \varphi_i$, justificando a tua resposta.

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \text{AFEG}c \\ \varphi_2 &= GFc \\ \varphi_3 &= \text{X}\neg c \rightarrow \text{XX}c \end{aligned}$$

(10%) 4. Para cada par de fórmulas indica se são ou não equivalentes, provando ou dando um contra-exemplo (respectivamente).

$$\begin{array}{rcl} \text{EF}\varphi & \text{e} & \varphi \vee \text{EX}EF\varphi \\ \text{F}\varphi \wedge \text{F}\psi & \text{e} & \text{F}(\varphi \wedge \psi) \end{array}$$

(5%) 5. Indica como se pode exprimir em LTL que uma restrição de justeza incondicional.

Parte II

(20%) 1. Considera o modelo $T = (S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}, \{s_0 \to s_1, s_1 \to s_3, s_1 \to s_4, s_2 \to s_2, s_3 \to s_2, s_4 \to s_4, \}, L(s_0) = \{a\}, L(s_1) = \{a, b\}, L(s_2) = \{c\}, L(s_3) = \{b, c\}, L(s_4) = \{c\})$

Sendo $\psi = \text{EFAG}c \vee \text{AFAX}c$ utiliza o algoritmo de etiquetagem para determinar $Sat(\psi)$, indicando os conjuntos $Sat(\varphi)$ para cada subfórmula de φ de ψ e cada uma das iterações do algoritmo. Podes começar por transformar fórmulas em fórmulas equivalentes mais convenientes.

(10%) 2. Dado $h(x, y, z) = x \cdot y + \overline{z} \cdot \overline{x}$, determina o OBDD reduzido B_h para a ordem $[x, y, z]$.

(20%) 3. Considera o modelo $T = (S = \{s_0, s_1, s_2\}, \{s_0 \to s_1, s_1 \to s_0, s_1 \to s_2, s_1 \to s_1, s_2 \to s_2\}, L(s_0) = \{a\}, L(s_1) = \{a, b\}, L(s_2) = \{b\})$.

(a) Representa o conjunto de estados $\{s_1, s_2\}$ por um OBDD reduzido.

(b) Representa a relação de transição $\to$ por uma função booleana.

(c) Desenha um OBDD reduzido para a relação de transição.

(20%) 4. Considera a fórmula LTL $\varphi = \text{X}(\neg a \text{U} b)$ e o modelo $T = (\{s_0, s_1, s_2, s_3)\}, \{s_0 \to s_1, s_0 \to s_2, s_0 \to s_3, s_1 \to s_1, s_1 \to s_2, s_2 \to s_0, s_3 \to s_1, s_3 \to s_2, s_3 \to s_3\}, L(s_0) = \{b\}, L(s_1) = \{a\}, L(s_2) = \{a, b\}, L(s_3 = \{\})$.

(a) Determina um autómato de Büchi alternado $\mathcal{A}_{\neg\varphi}$ tal que aceita um caminho π se e só se $\pi \models \neg\varphi$.

(b) Representa o par (T, s_0) por um autómato não deterministico de Büchi $\mathcal{A}_{(T,s_0)}$ tal que $L(\mathcal{A}_{(T,s_0)})$ é o conjunto de todos os caminhos de T que começam em s_0.

(c) Indica como usando os autómatos anteriores se podia testar se $T, s_0 \models \varphi$.

(30%) 5. Considera o seguinte programa P.

$i \leftarrow 0$;
$z \leftarrow 0$;
while $i \,!= y$ **do**
  $z \leftarrow z + x$;
  $i \leftarrow i + 1$;

(a) Usando tableaux mostra a correção parcial do seguinte triplo de Hoare $\{y \geq 0\}P\{z = x \times y\}$

(b) Usando tableaux mostra a correção total do seguinte triplo de Hoare $\{y \geq 0\}P\{z = x \times y\}$

(c) Define pré-condição mais fraca de um comando C e uma pós-condição ψ.

Lógica de Hoare para a correção parcial

$[skip_p\ ]$

$$\{\varphi\}\,\texttt{skip}\,\{\varphi\}$$

$[ass_p\ ]$

$$\{\varphi[E/x]\}\,x \leftarrow E\,\{\varphi\}$$

$[comp_p\ ]$

$$\frac{\{\varphi\}\,C_1\,\{\eta\} \qquad \{\eta\}\,C_2\,\{\psi\}}{\{\varphi\}\,C_1; C_2\,\{\psi\}}$$

$[if_p\ ]$

$$\frac{\{\varphi \ \wedge\ B\}\,C_1\,\{\psi\} \qquad \{\varphi \ \wedge\ \neg B\}\,C_2\,\{\psi\}}{\{\varphi\}\,\texttt{if}\,B\,\texttt{then}\,C_1\,\texttt{else}\,C_2\,\{\psi\}}$$

$[while_p\ ]$

$$\frac{\{\psi \ \wedge\ B\}\,C\,\{\psi\}}{\{\psi\}\,\texttt{while}\,B\,\texttt{do}\,C\,\{\psi \ \wedge\ \neg B\}}$$

$[cons_p\ ]$

$$\frac{\vdash \varphi' \to \varphi \qquad \{\varphi\}\,C\,\{\psi\} \qquad \vdash \psi \to \psi'}{\{\varphi'\}\,C\,\{\psi'\}}$$

Lógica de Hoare para correcção total

$[while_{tot}\ ]$

$$\frac{\{\eta \ \wedge\ B \ \wedge\ 0 \leq E \ \wedge\ E = e_0\}\,C\,\{\eta \ \wedge\ 0 \leq E \ \wedge\ E < e_0\}}{\{\eta \ \wedge\ 0 \leq E\}\,\texttt{while}\,B\,\texttt{do}\,C\,\{\eta \ \wedge\ \neg B\}}$$

onde e_0 é uma variável lógica cujo valor é o da expressão E antes da execução do comando C.