Verificação Formal de Software - Exercícios

Autómatos de Büchi, Autómatos Alternados e algoritmo de *model checking* para o LTL

1. Considera o autómato finito não determinístico

$$\mathcal{A} = (\Sigma = \{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2\}, \{s_0\}, \delta, \{s_1, s_2\}),$$

onde $\delta(s_0, a) = \{s_1, s_2\}$, $\delta(s_0, b) = \{s_1\}$, $\delta(s_1, a) = \{s_2\}$, $\delta(s_1, b) = \{s_1\}$, $\delta(s_2, a) = \delta(s_2, b) = \emptyset$. Determina $L(\mathcal{A}) \subseteq \Sigma^\star$.

2. Considera o autómato finito não determinístico de Büchi

$$\mathcal{A}_\omega = (\Sigma = \{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2\}, \{s_0\}, \delta, \{s_1, s_2\}),$$

onde $\delta(s_0, a) = \{s_1, s_2\}$, $\delta(s_0, b) = \{s_1\}$, $\delta(s_1, a) = \{s_2\}$, $\delta(s_1, b) = \{s_1\}$, $\delta(s_2, a) = \delta(s_2, b) = \emptyset$. Determina $L(\mathcal{A}_\omega) \subseteq \Sigma^\omega$.

3. Para cada uma da alíneas seguintes constrói um autómato não determinístico de Büchi que aceita a linguagem indicada, para o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$.
   (a) $L_1 = \{\alpha \in \Sigma^\omega \mid \alpha$ contém pelo menos um infixo da forma $ab\}$;
   (b) $L_2 = \{\alpha \in \Sigma^\omega \mid \alpha$ contém o infixo ab um número infinito de vezes$\}$.

4. Determina um autómato finito não determinístico que aceita a mesma linguagem como o autómato finito alternado seguinte: $\mathcal{A} = (\{a, b\}, \{s_0, s_1\}, \delta, s_0, \{s_1\})$

δ	a	b
s_0	s_1	$s_0 \vee s_1$
s_1	$s_0 \wedge s_1$	s_0

5. Considere o autómato finito alternado $\mathcal{A} = (\{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}, \delta, s_0, \{s_1, s_2\})$, onde

δ	a	b
s_0	$(s_0 \vee s_1) \wedge s_3$	$s_2 \wedge s_4$
s_1	$\top$	$\bot$
s_2	$s_0 \vee s_1$	$s_1 \vee s_2 \vee s_3$
s_3	$(s_0 \vee s_1) \wedge (s_2 \vee s_3)$	$(s_2 \wedge s_3) \vee (s_4 \wedge s_2)$
s_4	$s_0 \vee s_2 \vee s_3$	$\top$

   (a) A palavra a é aceite por este autómato?
   (b) Mostra que $abba \in L(\mathcal{A})$, exibindo uma computação de aceitação.

6. Considera o autómato alternado de Büchi $\mathcal{A} = (\{a, b, c, d\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}, \delta, s_0, \{s_4\})$, onde

δ	a	b	c	d
s_0	$s_2 \wedge s_3$	$s_1 \wedge s_3$	$s_1 \vee s_2$	s_0
s_1	s_4	s_1	s_1	s_0
s_2	s_2	s_4	s_2	s_0
s_3	s_3	s_3	s_3	s_0
s_4	s_4	s_4	s_4	s_0

Indica palavras ω_1 e ω_2 tal que $\omega_1 \in L(\mathcal{A})$ e $\omega_2 \notin L(\mathcal{A})$ juntamente com uma computação de aceitação para ω_1 e uma de não aceitação para ω_2. Descreve informalmente $L(\mathcal{A})$.

7. Considera o modelo $T = (S, \rightarrow, L)$ com

   - $S = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$,
   - $\rightarrow = \{q_1 \rightarrow q_2, q_2 \rightarrow q_2, q_3 \rightarrow q_1, q_3 \rightarrow q_2, q_3 \rightarrow q_4, q_4 \rightarrow q_3\}$,
   - e $L(q_1) = \{\}, L(q_2) = \{b\}, L(q_3) = \{a\}, L(q_4) = \{a, b\}$).

   Representa (T, q_1) por um autómato não determinístico de Büchi.

8. a) Para $\varphi = a\ U\ b$ determina o autómato alternado de Büchi $A_{\neg\varphi}$. Determina o conjunto de caminhos aceites por $A_{\neg\varphi}$.

   b) Repite a alínea anterior para a fórmula $a \wedge Fb$ (lembra-te de que $F\varphi \equiv \mathsf{true} U\varphi$).

9. a) Para $\varphi = a\ U\ b$ determina o autómato alternado de Büchi $A_{\neg\varphi}$. Determina o conjunto de caminhos aceites por $A_{\neg\varphi}$.

   b) Repite a alínea anterior para a fórmula $a \wedge Fb$ (lembra-te de que $F\varphi \equiv \mathsf{true} U\varphi$).

10. Considera o modelo $T = (S, \rightarrow, L)$ com

    - $S = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$,
    - $\rightarrow = \{q_1 \rightarrow q_2, q_1 \rightarrow q_4, q_2 \rightarrow q_4, q_3 \rightarrow q_2, q_3 \rightarrow q_3, q_4 \rightarrow q_4\}$,
    - e $L(q_1) = \{\}, L(q_2) = \{b\}, L(q_3) = \{a\}, L(q_4) = \{a, b\}$).

    a) Representa (T, q_3) por um autómato não determinístico de Büchi $\mathcal{A}_{(T,q_3)}$.

    b) Mostra que existe uma palavra $\omega \in L(\mathcal{A}_{(\mathcal{M},q_3)}) \cap L(A_{\neg(aUb)})$ (ver alínea a) do exercício anterior).

    c) O que podes concluir acerca de $T, q_3 \models aUb$?