Estruturas de Dados 2019/2020 – Junho de 2020

Exame Modelo Duração: 2h

Número mecanográfico: | | | | | | | | | |

Nome completo: _____

Grupo 1 - Fundamentos de Java *(4%)*

1.1. Escreva pequenos **excertos de código** para cada uma das seguintes alíneas:

a) Extrair o algarismo das centenas de um inteiro n:

b) Criar um array v com espaço para k caracteres:

c) Expressão booleana para saber se matriz `m[][] tem menos que` k `linhas`:

d) Ir buscar a última letra de uma string s:

Grupo 2 - Implementação de uma classe simples *(10%)*

2.1. Escreva **código para definir uma classe** `Matrix` que representa representa uma matriz de inteiros. Inclua atributos para representar a matriz em si, bem como o número de linhas e de colunas. Adicione também um construtor que recebe o número de linhas e colunas, bem como um inteiro k e cria a respetiva matriz (inicialmente com todas as posições preenchidas com k).

2.2. Escreva um **método** `transpose()` da classe Matrix que devolva uma nova matriz que é a transposta da original (trocar linhas com colunas). Por exemplo, a figura seguinte mostra uma matriz e como fica a sua transposta:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Grupo 3 - Tipos Abstractos de Dados *(4%)*

3.1. Explique o que é um **interface** e quais são as diferenças em relação a uma **classe**.

(pode usar esta página para a continuação de respostas dos grupos 1, 2 e 3 que necessitem de mais espaço)

Num. Mec. | | | | | | | | | | Nome:

Grupo 4 - Complexidade Algorítmica *(23%)*

4.1. Para os pares de funções seguintes, escreva na caixa em branco **Θ**, $\mathcal{O}$ ou **Ω** para tornar a afirmação verdadeira. Note que se as funções em causa tiverem uma relação Θ, não deverá escrever $\mathcal{O}$ ou Ω.

$n^4 = \square\ (4^n)$ $\quad 2^n = \square\ (2^{n+2})$ $\quad 42 = \square\ 24$ $\quad \log(\log n^2) = \square\ (\log n^2)$ $\quad \sqrt{n} = \square\ (\log_4 n)$

4.2. Descreva o pior caso em termos de tempo de execução para os seguintes pedaços de código, usando notação $\mathcal{O}$ para a variável n. Use o limite mais "apertado" possível (ex: indicar todos como sendo $\mathcal{O}(n!)$ resultará em 0 pontos).

a) ☐

```
for (int i=0; i<n; i++)
    for (int j=0; j<i; j++)
        count++;
```

b) ☐

```
for (int i=n/2; i>0; i--)
    for (int j=0; j<100; j++)
        count++;
```

c) ☐

```
for (int i=1; i<n; i=i*2)
    count++;
```

d) ☐

```
int f1(int n) {
    if (n <= 0) return 0;
    return f1(n-1) + 1;
}
```

e) ☐

```
int f2(int n) {
    if (n <= 0) return 0;
    int count = 0;
    for (int i=0; i<n; i++) count++;
    return count + f2(n/2) + f2(n/2)
}
```

4.3. Justifique a sua resposta para a alínea (*e*) da pergunta anterior, **escrevendo a recorrência e desenhando a respectiva árvore de recorrência**, indicando porque dá origem à complexidade indicada. Indique um algoritmo que conheça cuja complexidade seja determinada pela mesma recorrência.

4.4. Previsão de Tempo de Execução.
Complete a tabela seguinte usando a informação já preenchida em cada linha. Nos tempos, use uma previsão baseada no tempo já preenchido, tendo em conta a proporção entre n_1 e n_2 (ms = milisegundos).

Programa	Complexidade	Nome Comum	Tempo para $n_1 = 10$	Tempo para $n_2 = 20$
A		constante	10ms	
B		linear		50ms
C	$\Theta(n^2)$		20ms	
D		cúbica		40ms
E	$\Theta(2^n)$		10ms	

4.5. Suponha que tem uma implementação de conjuntos de palavras usa como base um array (desordenado) onde são guardadas as palavras (uma por cada posição). Seja n o número de palavras do conjunto. Indique a **melhor complexidade temporal** (notação $\mathcal{O}$) que conseguiria obter para os seguintes métodos (justificando sucintamente):

a) Devolver número de palavras no conjunto:

b) Verificar se uma palavra está no conjunto:

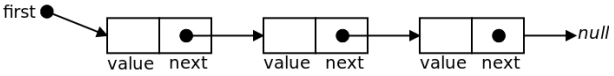
4.6. Explique como poderia obter uma **implementação mais eficiente para a verificar se a palavra está no conjunto**, indicando a nova complexidade e outras potenciais vantagens e desvantagens dessa outra implementação quando comparada com o array desordenado (ex: mais algum método é melhor ou pior?)

(pode usar o resto desta página para a continuação de respostas do grupo 4 que necessitem de mais espaço)

Num. Mec. | | | | | | | | | | Nome:

Grupo 5 - Listas, Pilhas e Filas *(20%)*

5.1. Considere uma classe `SinglyLinkedList<T>` representando uma lista ligada simples genérica tal como dada nas aulas com atributos `size` e first, e uma classe `Node<T>` representando um nó com atributos `value` e `next`.



a) Implemente um **método** `contains(x)` da classe `SinglyLinkedList<T>` devolve *true* se o elemento x está na lista e $false$ caso contrário. Não pode usar qualquer outro método já existente da classe. Indique a **complexidade temporal** do método que descreveu.

b) Implemente um **método** `remove(i)` da classe `SinglyLinkedList<T>` que remove o i-ésimo elemento da lista (elemento na posição i). As posições começam em 0. Se a posição i não existir, o método não deve fazer nada. Não pode usar qualquer outro método já existente da classe. Indique a **complexidade temporal** do método que descreveu.

5.2. Indique, justificando, uma situação onde **faz mais sentido usar uma lista ligada** ao invés de um simples array.

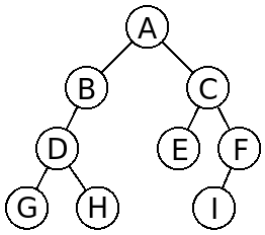
5.3. Explique (não é preciso código) como **inverter o conteúdo de uma pilha**, sendo que para interagir com a pilha apenas pode usar a sua API (*push*, *pop* e *size*). Como estruturas de dados auxiliares apenas pode usar pilhas ou filas (também apenas através da API). Indique a **complexidade temporal** do método que descreveu.

(pode usar esta página para a continuação de respostas do grupo 5 que necessitem de mais espaço)

Num. Mec. | | | | | | | | | | Nome:

Grupo 6 - Árvores *(16%)*

6.1. Considerando a **árvore da figura** seguinte, responda às seguintes alíneas:



a) Os nós da árvore em **preorder:**

b) Os nós da árvore em **inorder:**

c) Os nós numa **pesquisa em largura:**

6.2. Considere uma classe `BTree<T>` de uma árvore binária genérica tal como dada nas aulas com um atributo `root` a apontar para a raíz que é um `BNode<T>` representando um nó com atributos `value`, `left` e `right`.

a) Implemente um **método** `depth()` da classe `BTree<T>` que devolve a profundidade da árvore. Não pode usar qualquer outro método já existente da classe. Indique a **complexidade temporal** do método que descreveu.

b) Implemente um **método** `level(x)` da classe `BTree<T>` que devolve o número de nós da árvore que estão a profundidade x. Não pode usar qualquer outro método já existente da classe. Indique a **complexidade temporal** do método que descreveu.

Grupo 7 - Árvores Binárias de Pesquisa *(15%)*

7.1. Vamos inserir (por esta ordem) os seguintes números numa árvore binária de pesquisa: 42, 20, 24, 50, 53, 11. Para as 3 alíneas de baixo **desenhe a árvore** correspondente (depois de completa a operação respetiva):

a) Como fica a **árvore original** depois de inseridos os 6 números?

b) Como fica a árvore (original) depois de **adicionarmos um 51**?

c) Como fica a árvore (original) depois de **removermos o 42**?

7.2. Em que nó fica guardado o **elemento mínimo** numa árvore binária de pesquisa? Justifique sucintamente.

7.3. Suponha que quer inserir os 15 inteiros de 1 a 15 numa árvore binária de pesquisa. Qual a **mínima altura possível** da árvore? Indique por **qual ordem deve inserir os elementos** para garantir essa altura mínima.

Altura mínima: | | Ordem de Inserção: | | | | | | | | | | | | | | |

7.4. Explique (por palavras) um algoritmo para **procurar um elemento numa árvore binária de pesquisa**. Indique, justificando, a **complexidade temporal** do método que descreveu supondo que a árvore está equilibrada.

Grupo 8 - Filas de Prioridade e Heaps *(8%)*

8.1. Imagine que tem uma **minHeap** descrita pelo seguinte array

3	4	5	8	7	10

Para as 3 alíneas de baixo **desenhe a árvore** (a heap) correspondente (sempre já com o invariante reposto):

a) Qual a heap representada pelo **array original**?

b) Como fica a heap (original) depois de **adicionarmos um 2**?

c) Como fica a heap (original) depois de **removermos o mínimo**?

8.2. Suponha que lê um conjunto de n números, inserindo-os um a um numa fila de prioridade implementada com uma *minHeap*. Depois retira-os um a um da heap e vai escrevendo os valores à medida que vão sendo removidos.

a) Qual a **ordem** em que aparecem os números no output?

b) Indique, justificando, a **complexidade temporal e espacial** (memória) de todo o processo descrito.

(pode usar o resto desta página para a continuação de respostas dos grupos 6, 7 e 8 que necessitem de mais espaço)