

Estruturas Discretas (CC1001) - Folha de trabalho n. 10

Exercícios

- 10.1** Mostra que é sempre possível atribuir direcções a cada aresta de um grafo G por forma a transformá-lo num digrafo D sem qualquer caminho fechado.
- 10.2** É verdade que qualquer grafo que admita uma pista fechada euleriana tem um número par de arestas?
- 10.3** Seja G um grafo com 10 vértices e 28 arestas. Mostrar que G tem um ciclo de tamanho 4.
- 10.4** Seja G um grafo com 9 vértices e cuja soma dos seus graus é, pelo menos, 27. Podemos garantir que há um vértice com grau, pelo menos, 4?
- 10.5** Seja G um grafo e H tal que $V(H) \subseteq V(G)$ e quaisquer que se sejam $x, y \in V(H)$ a aresta $\{x, y\} \in E(H) \iff \{x, y\} \in E(G)$.
Seja G , então, um grafo com 10 vértices e 38 arestas. Mostrar que G contém K_4 como grafo induzido.
- 10.6** Seja G um grafo regular (todos os seus vértices têm o mesmo grau) com grau 4. Mostrar que podemos colorir as arestas de G com duas cores, preto e vermelho, por forma que cada vértice tenha, incidentes, duas arestas pretas e duas vermelhas.
- 10.7** Quantos grafos diferentes têm $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ como conjunto de vértices?
- 10.8** Um automorfismo é um isomorfismo entre G e G . Quantos automorfismos têm os seguintes grafos (com vértices em $[n]$)?
- (a) K_n
 - (b) C_n
 - (c) P_n (grafo com 2 vértices de grau 1 e $n - 2$ vértices de grau 2)
 - (d) S_n (grafo com um vértice de grau $n - 1$ e $n - 1$ vértices de grau 1)
- 10.9** Mostra que o número de habitantes da terra que têm um número ímpar de irmãos é par.
- 10.10** É verdade que
- (a) Se um grafo tem uma pista fechada euleriana então tem um ciclo hamiltoniano?
 - (b) Se um grafo tem um ciclo hamiltoniano então tem uma pista fechada euleriana?
- 10.11** Há um grafo com 6 vértices com a seguinte sequência de graus de vértices: 4,4,4,2,1,1?