

Exercícios

7.1 Mostra que a relação de divisibilidade é uma relação de ordem parcial. Desenha o diagrama de Hasse da relação de divisibilidade nos seguintes conjuntos:

- (a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
- (b) $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$,
- (c) $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$,
- (d) $\{1, 2, 4, 5, 16, 32, 64\}$.

7.2 Seja $R \subseteq \mathbb{Z}$, tal que aRb se e só se $a - b$ for um inteiro par não negativo. Verifica que R define uma relação de ordem em \mathbb{Z} . R é uma relação de ordem total?

7.3 Sejam R e S relações de equivalência em A . Indica quais das seguintes relações são também de equivalência. Supõe que R e S eram relações de ordem parcial. Indica quais das seguintes são também relações de ordem parcial.

- (a) $R \cap S$
- (b) $R \cup S$
- (c) $R \setminus S$
- (d) RS

7.4 (a) Mostra que, qualquer que seja o inteiro positivo n , existem n inteiros compostos consecutivos.

(b) Mostra que se para um inteiro n ($n > 2$) não existe um primo p tal que $p|n \wedge p \leq \sqrt{n}$, então n é primo.

7.5 Considera o conjunto das palavras constituídas pelas letras M, I e U, validadas pelas seguintes regras:

1. MI é uma palavra válida;
2. se xI é uma palavra válida então xIU também é uma palavra válida;
3. se Mx é uma palavra válida, também Mxx é uma palavra válida;
4. se $xIIIIy$ é uma palavra válida, então xUy é uma palavra válida;
5. se $xUUy$ é uma palavra válida, então xy também o é;

em que x e y representam quaisquer sequências formada pelas letras M, I e U.

- (a) Verifica a validade de cada uma das seguintes palavras: MUIUI, MUIIU e MUUII.
- (b) A palavra MU é válida? Justifica a resposta.

★ **7.6** Considera n linhas no plano de forma a que não existam duas linhas paralelas nem que ocorram intersecções no mesmo ponto de três ou mais linhas. Em quantas regiões é dividido o plano por n linhas nestas condições? Mostra que o resultado proposto está correcto.