

### Exercícios

- 9.1** O António quer convidar 3 dos seus 10 amigos para jantar.
- (a) Dado que dois dos seus amigos são casados (um com o outro), quantas são as possíveis composições desse jantar?
  - (b) Qual seria a resposta se esse casal se tivesse divorciado e não pudessem ser convidados esses dois amigos para o mesmo jantar?
- 9.2**
- (a) Quatro casais vão a um jantar onde os diversos casais dançam mas sem que ninguém o faça com o seu outro elemento do casal. De quantas maneiras podem os quatro casais dançar?
  - (b) Se no fim se cumprimentarem com um aperto-de-mão, quantos destes aperto-de-mão terão lugar, sabendo que não haverá lugar a cumprimentos dentro dos elementos de cada casal?
- 9.3**
- (a) Quantos números de 10 dígitos (sem zeros à esquerda) existem sem algarismos consecutivos repetidos?
  - (b) Quantos existem com um par de algarismos repetidos consecutivos?
- 9.4**
- (a) Seja  $A$  um conjunto de  $n$  elementos. Quantas operações binárias distintas podemos ter em  $A$ ?
  - (b) Quantas delas são comutativas?
- 9.5** Quantos os inteiros entre 1 e 9999 não têm representação decimal com dígitos repetidos?
- 9.6** Cinco dados são lançados. Quantos os possíveis resultados sem dados com valores repetidos?
- 9.7** Um dado é lançado cinco vezes consecutivas.
- (a) Quantos resultados têm 5 números diferentes?
  - (b) Quantos resultados têm o quinto e o primeiro lançamentos iguais?
- 9.8** Uma sequência de cinco cartas é tirada dum baralho de 52 cartas.
- (a) Quantas têm um Ás?
  - (b) Quantas têm pelo menos um Ás?
  - (c) Quantas têm pelo menos um Rei ou Dama?
- 9.9** De entre os inteiros positivos não superiores a 20:
- (a) Quantos subconjuntos de 3 elementos só contêm números pares?
  - (b) Quantos contêm exactamente um número ímpar?
  - (c) Quantos contêm pelo menos um número ímpar?
  - (d) A quantos corresponde uma soma par dos seus elementos?

## Estruturas Discretas (CC1001) - Folha de trabalho n. 9

---

- 9.10** Quantos re-arranjos diferentes podemos fazer das letras da palavra “DIGITAL”?
- 9.11** Quantas palavras ternárias de  $n$  símbolos contêm exactamente  $k$  símbolos 0?
- 9.12** (a) Quantos quádruplos de inteiros  $\langle a, b, c, d \rangle$  são tais que  $0 \leq a < b < c < d \leq 20$ ?  
(b) Quantos quádruplos de inteiros  $\langle a, b, c, d \rangle$  são tais que  $0 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 20$ ?
- 9.13** Uma pastelaria vende 5 tipos diferentes de pasteis. De quantas formas pode um cliente fazer uma encomenda de uma dúzia de pasteis nessa confeitaria? E se pelo menos um pastel de cada tipo for encomendado?
- 9.14** (a) Calcula o número de diferentes soluções inteiras não negativas da equação
- $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 24$$
- (b) E qual o número de soluções se exigirmos que  $x_i \geq 2$  para  $i = 1, 2, 3, 4$ ?  
(c) E se os  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) forem todos pares?
- 9.15** (a) Quantos resultados diferentes podemos obter do lançamento de 5 dados iguais?  
(b) Quantos resultados se forem  $n$  os dados?  
(c) Quantos resultados se forem  $n$  dados e os números 1, 2, 3, 4, 5, 6 ocorrerem pelo menos uma vez?  
(d) Quantos resultados com 5 dados brancos, 10 dados vermelhos e 15 azuis?
- 9.16** Qual o número de diferentes soluções inteiras não negativas para  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 < 28$ ?
- 9.17** Suponhamos que temos  $k$  objectos de  $n$  tipos diferentes.
- (a) Quantas as possibilidades de exactamente um tipo não estar presente no conjunto dos  $k$  objectos?  
(b) E quantas de exactamente  $m$  tipos não estarem presentes?
- 9.18** Um bombeiro trabalha três turnos de cinco dias consecutivos num mês de 31 dias. De quantas formas podemos fazer a escala deste bombeiro se entre cada turno tiver pelo menos 3 dias de descanso?
- 9.19** O número 3 pode ser expresso de quatro formas como soma de números inteiros positivos:  $3, 2 + 1, 1 + 2, 1 + 1 + 1$ . Mostra que para um qualquer número positivo  $n$  o podemos fazer de  $2^{n-1}$  formas.
- 9.20** De quantas formas podemos separar  $mn$  objectos diferentes em  $n$  subconjuntos de  $m$  objectos?
- 9.21** Sabendo que um “jogo do galo” tem 3 “X” e 2 “O”, quantas são as possíveis configurações desse jogo?
- 9.22** Quantas palavras de 6 letras, sem repetições, começam com uma vogal terminam com uma vogal?

## Estruturas Discretas (CC1001) - Folha de trabalho n. 9

---

- 9.23** Quantas permutações de “XXXYYYZZZ”
- (a) Não têm 3 símbolos iguais consecutivos.
  - (b) Não têm 2 símbolos iguais consecutivos.
- 9.24** Seja  $A$  tal que  $|A| = 8$ . De quantas formas podemos escolher  $A_i$  ( $1 \leq i \leq 7$ ), com  $|A_i| = 2$  por forma que  $\bigcup_i A_i = A$ ?
- 9.25** Um inteiro diz-se *livre de quadrados* se não for divisível pelo quadrado de nenhum inteiro positivo maior que 1. Quantos inteiros livres de quadrados são menores que 100?
- 9.26** Quantas substituições de letras não mantêm nenhuma letra como imutável?
- 9.27** Quantas palavras de 12 letras contêm cada uma das vogais pelo menos uma vez?
- 9.28** Um exame tem 12 perguntas. De quantas formas podemos atribuir cotações de 3, 4, 5 ou 6 por forma que a cotação final seja de 50?
- 9.29** Quantas permutações de  $\{1, 2, \dots, n\}$  têm pelo menos um  $i$  imediatamente à direita de  $i + 1$ ?
- 9.30** (a) Quantas maneiras tem um professor de sugerir 7 títulos de livros por 12 alunos por forma que nenhum aluno fique com mais do que um título.
- (b) De quantas maneiras se quiser garantir que todos os livros são sugeridos?